

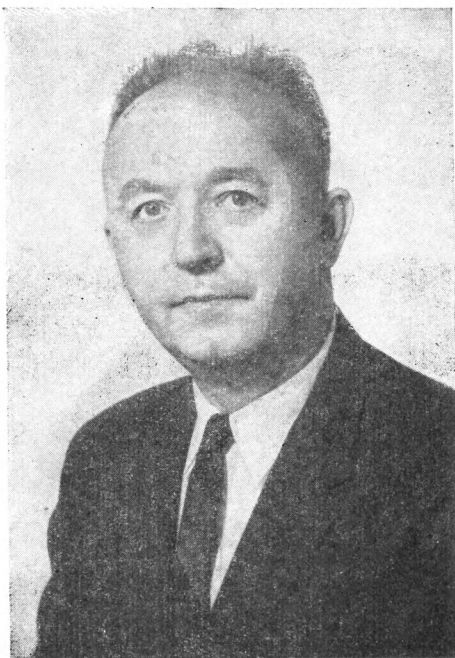
А. Ван дер Зил

ШУМ

*

ИСТОЧНИКИ
ОПИСАНИЕ
ИЗМЕРЕНИЕ





A. van der Ziel

**NOISE
SOURCES, CHARACTERIZATION,
MEASUREMENT**

Aldert van der Ziel

Professor of Electrical
Engineering University
of Minnesota

**Prentice—Hall, Inc.,
Englewood Cliffs, N. J., 1970**

А. Ван дер Зил

ШУМ

ИСТОЧНИКИ, ОПИСАНИЕ, ИЗМЕРЕНИЕ

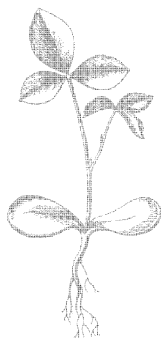
Перевод с английского

В. Н. КУЛЕШОВА и Д. П. ЦАРАПКИНА

Под редакцией

А. К. НАРЫШКИНА

Москва
«Советское радио»; 1973



Scan AAW

6Ф2

В17

УДК 621.391.822

Ван дер Зил А.

В17 Шум (источники, описание, измерение). Пер. с англ. под ред. А. К. Нарышкина. М., «Сов. радио», 1973.

228 с. с ил.

Приведены теоретические и экспериментальные сведения об источниках шума в современных приборах: лазерах, полевых и биполярных транзисторах, диодах с барьером Шоттки. Детально рассмотрены тепловые, генерационно-рекомбинационные, дробовые, фликкерные, взрывные шумы и шумы токораспределения этих приборов. Книга предназначена для инженерно-технических работников и студентов вузов, специализирующихся в области разработки и изготовления полупроводниковых приборов и приемно-усилительных устройств.

В 0341-065
046(01)-73 45-73

6Ф2

Альдерт ВАН ДЕР ЗИЛ

Шум

(источники, описание, измерение)

Перевод с английского

В. Н. Кулешова и Д. П. Царапкина
под ред. А. К. НАРЫШКИНА

Редактор Э. М. Горелик

Художественный редактор В. Т. Сидоренко

Технический редактор З. Н. Ратникова

Корректоры М. Ф. Белякова, Г. М. Денисова

Сдано в набор 30/I 1973 г.

Подписано в печать 12/IV 1973 г.

Формат 84×108^{1/32}

Бумага машиномелованная

Объем 11,97 усл. п. л.

11,614 уч.-изд. л.

Тираж 17 000 экз.

Зак. 52

Цена 84 коп.

Издательство «Советское радио», Москва, Главпочтамт, а/я 693

Московская типография № 10 «Союзполиграфпрома»
при Государственном комитете Совета Министров СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.

В 0341-065
046(01)-73 45-73

© Перевод на русский язык, «Советское радио», 1973 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА ПЕРЕВОДА

Предлагаемая вниманию читателей книга «Шум (источники, описание, измерение)» написана хорошо известным всему миру ученым. В Советском Союзе были переведены и изданы две книги Ван дер Зила «Флуктуации в радиотехнике и физике», Госэнергоиздат, 1958, и «Флуктуационные явления в полупроводниках», Изд-во иностранной литературы, 1961.

В настоящей книге автор частично использует материал, содержащийся в ранее изданных работах, но в то же время вводит много нового из статей, опубликованных им совместно с сотрудниками и учениками. Несмотря на относительно небольшой объем, книга содержит много ценных сведений об источниках шума в таких современных приборах усиления и преобразования сигналов, как мазеры, лазеры, полевые и биполярные транзисторы, туннельные диоды и диоды с барьером Шоттки. При рассмотрении вопросов расчета и измерения шумовых характеристик усилительных и смесительных каскадов автор основное внимание уделяет отысканию оптимальных решений.

В методическом плане настоящая монография заметно выигрывает по сравнению с изданной в 1961 г. Здесь немаловажную роль играет также стиль изложения, близкий к разговорному, используемому лекторами, выступающими перед аудиторией. Краткость изложения, продуманность содержания, хорошо подобранные примеры и библиография, несомненно, привлекут к данной книге внимание специалистов, и можно с уверенностью сказать, что она, как и прежние работы автора, станет настольной книгой для инженеров, занимающихся разработкой малошумящих приборов, усилителей и преобразователей электрических и оптических сигналов. Перевод 1, 2, 3, 6 и 8 глав выполнен канд. техн. наук Кулешовым В. Н., гл. 4, 5, 7, предисловие и приложения переведены канд. техн. наук Царапкиным Д. П.

Редактор перевода

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА К РУССКОМУ ПЕРЕВОДУ

С большим удовольствием приветствую издание русского перевода моей книги «Шум (источники, описание, измерение)».

Надеюсь, что она будет способствовать привлечению большого числа русских студентов и исследователей к работе в области флуктуационных явлений в полупроводниковых приборах и сможет внести вклад в понимание нерешенных проблем в этой области.

А. Ван дер Зил

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА

Цель настоящей книги — дать инженеру-проектировщику основную информацию об источниках шума в электронных приборах и показать, как эта информация может быть использована для вычисления шумовых характеристик (в частности коэффициента шума) электронных устройств, использующих данные приборы. Это приводит к поискам оптимумов как для устройства, так и для приборов.

Гл. 2 содержит ряд теоретических предпосылок, которые полезны для оценки основных источников шума приборов. В гл. 3 обсуждаются способы описания шума двух- и трехполюсных приборов с приложением результатов к вычислению коэффициента шума многокаскадных усилителей (в частности усилителей, включающих в себя приборы с отрицательной проводимостью). В гл. 4 показано, как можно точно выполнить шумовые измерения. Теоретический материал гл. 2 используется в гл. 5 и 6. В гл. 5 рассматриваются тепловой шум и шум генерации — рекомбинации применительно к мазерам и полевым транзисторам. Гл. 6 посвящена обсуждению дробового шума в диодах с p - n переходом, транзисторах и вакуумных лампах, а также фликкер- и взрывного шума в диодах, биполярных и полевых транзисторах. В гл. 7 подход гл. 3 используется для вычисления коэффициентов шума устройств на туннельных диодах, мазерах, биполярных транзисторах, вакуумных лампах и полевых транзисторах. Автор надеется, что использованный подход проще предложенного Комитетом Шумовых Стандартов Института инженеров по электротехнике и радиоэлектронике и лучше соответствует физике

приборов. Гл. 8 посвящена шуму в смесителях, параметрических преобразователях и усилителях и фотосмесителях. Приложение содержит подробные математические выкладки, опущенные в основном тексте.

Автор искренне признателен д-ру К. М. Ван Флиту и его аспирантам за помощь в приведении материала к его настоящему виду. Миссис Ван дер Зил печатала рукопись.

Я надеюсь, что эта книга сможет быть полезной инженерам, занимающимся проблемами шумов, и студентам, интересующимся данной областью.

А. Ван дер Зил

ВВЕДЕНИЕ

Носители тока в проводнике находятся в беспорядочном тепловом движении, в результате чего на концах любого сопротивления существует флуктуационная э. д. с. $V(t)$. Это явление называется *тепловым шумом*. То же самое наблюдается в проводящем канале полевых транзисторов.

В электронной лампе акты вылета электронов с катода образуют собой последовательность независимых событий, происходящих в случайные моменты времени. Поэтому ток $I(t)$, протекающий через нее, флуктуирует. То же самое происходит в транзисторе или полупроводниковом диоде, так как пролет носителей через потенциальные барьеры осуществляется независимо в случайные моменты времени. Это явление называют *дробовым шумом*.

В почти беспримесном полупроводнике электроны и дырки появляются и исчезают случайным образом под влиянием процессов генерации и рекомбинации следующего вида:

свободный электрон + свободная дырка \rightleftharpoons связанный
электрон в валентной зоне + энергия

(\rightarrow означает рекомбинацию, \leftarrow означает генерацию).

В результате сопротивление образца R испытывает флуктуации $\delta R(t)$. Если через образец пропустить постоянный ток I , то на его концах возникнет флуктуационная э. д. с. $\delta V(t) = I\delta R(t)$, которая может быть обнаружена так же, как и упомянутые выше источники шума. Этот процесс называется *шумом генерации — рекомбинации* или для краткости *g—p шумом*.

Слово «шум» требует пояснения. Если флуктуационное напряжение или ток, генерируемые электронным при-

бором или элементом цепи, подать на усилитель низкой частоты, а с него усиленный сигнал на громкоговоритель, то последний будет издавать шипящие звуки. Отсюда название «шум». Стало общепринятым называть «шумом» флуктуационные токи и напряжения, даже если никакого звука они не производят.

Шумы представляют собой важную проблему в науке и технике, поскольку они определяют нижние пределы как в отношении точности любых измерений, так и в отношении величины сигналов, которые могут быть обработаны средствами электроники. Для того, чтобы определить эти пределы, необходимо знать интенсивность имеющихся источников шума, уметь минимизировать отношение шума к сигналу при любом методе измерений и в любых устройствах обработки сигналов и научиться просто и точно измерять эти шумы. Цель данной книги познакомить читателя с этими проблемами.

Флуктуирующие напряжения, токи и величины называются *случайными переменными*. Если предполагается, что флуктуирующая величина может принимать любые значения из непрерывного множества, то говорят о *непрерывной* случайной переменной; если флуктуирующая величина принимает только дискретные значения, то говорят о *дискретной* случайной переменной. Флуктуирующее число носителей в полупроводнике, которое, конечно, является целым, является примером дискретной случайной переменной.

Случайные переменные $X(t)$ могут быть описаны статистически. Один из основных способов их описания связан со средними значениями. Наиболее существенными из них являются среднее значение \bar{X} и средний квадрат \bar{X}^2 . Часто \bar{X} точно равно нулю, и тогда наиболее значимой величиной является \bar{X}^2 . В противном случае имеет смысл ввести в качестве новой переменной $X - \bar{X}$; при этом важнейшим средним значением является

$$\overline{(X - \bar{X})^2} = \bar{X}^2 - 2\bar{X}\bar{X} + (\bar{X})^2 = \bar{X}^2 - (\bar{X})^2, \quad (1.1)$$

которое называется *дисперсией* $X(t)$ и обозначается $\text{var } X$ ¹⁾.

¹⁾ Сокращение «var» от английского «variance of $X(t)$ ». В советской литературе общепринятым является обозначение $D[X] = M_2 = \sigma^2$. (Прим. перев.)

Наиболее распространенные источники шума имеют такой характер флуктуаций, что их средние значения и средние квадраты не зависят от времени. Эти случайные переменные называются *стационарными*.

Флуктуирующие величины могут быть описаны, кроме того, их плотностью вероятности, которая представляет собой вероятность попадания значений случайной переменной в интервал между X и $X+dX$. Стационарные случайные переменные имеют плотности вероятности, которые не зависят явно от времени (см. § 2.1). Средние значения можно легко рассчитать, если известна плотность вероятности исследуемого процесса (см. гл. 2).

Одним из наиболее эффективных методов анализа флуктуирующих величин является *метод Фурье*. В гл. 2 мы увидим, как флуктуирующая величина $X(t)$ может быть описана ее *спектральной плотностью* $S_x(f)$. После введения этой величины флуктуационную э. д. с. $V(t)$ в небольшом интервале частот Δf можно представить источником шумовой э. д. с. $\sqrt{S_v(f)\Delta f}$, где $S_v(f)$ представляет собой спектральную плотность $V(t)$. Источник флуктуационного тока $I(t)$ в небольшом частотном интервале Δf может быть замещен генератором шумового тока $\sqrt{S_i(f)\Delta f}$, где $S_i(f)$ — спектральная плотность $I(t)$. Достоинство этого метода в том, что теперь можно рассчитывать средние квадраты величин при помощи теории цепей переменного тока.

Двумя наиболее важными источниками шума, используемыми в качестве шумовых эталонов и поэтому пригодными для количественной оценки шума, являются тепловой шум сопротивления R при температуре T и дробовой шум насыщенного диода, через который протекает ток I_d . Первый может быть представлен источником шумовой э. д. с. $\sqrt{4kTR\Delta f}$, включенной последовательно с сопротивлением R , а второй — источником шумового тока $\sqrt{2qI_d\Delta f}$, включенным параллельно диоду (здесь k — постоянная Больцмана, q — абсолютная величина заряда электрона и Δf — малый частотный интервал вблизи центральной частоты f).

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ [1—13]

2.1. ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ, СРЕДНИЕ
И КОРРЕЛЯЦИЯ*А. Плотность вероятности одной переменной.
Средние значения*

Пусть рассматривается большое число (ансамбль) идентичных систем, которые подвержены различным флуктуациям. Число систем в этом ансамбле должно быть чрезвычайно большим; строго говоря, оно должно стремиться к бесконечности, чтобы сделать последующие выкладки достаточно справедливыми.

Можно определить вероятность ΔP того, что случайная переменная X , описывающая флуктуации, принимает значения, заключенные между X и $X + \Delta X$. Для этого представим ΔP в виде $\Delta P = \Delta N / N$, где ΔN — число систем в момент t_1 , для которых эта переменная заключена в интервале ΔX , а N — число систем в ансамбле. В дифференциальной форме

$$dP = f(X) dX. \quad (2.1)$$

Функцию $f(X)$ называют *плотностью вероятности* величины X . Обычно она определяется не экспериментально, а из детального статистического исследования флуктуирующей величины X . В общем случае $f(X)$ может зависеть от t_1 , и поэтому необходимо было бы писать $f(X, t_1)$ вместо $f(X)$. К счастью, оказывается, что во многих случаях $f(X, t_1 + t) = f(X, t_1)$ для всех значений t , и тогда говорят, что случайный процесс *стационарен*, и можно писать $f(X, t_1 + t) = f(X)$. Шумовые процессы, которые здесь предполагается обсудить, практически все являются стационарными¹⁾.

Функция $f(X)$ удовлетворяет условию *нормировки*:

$$\int f(X) dX = 1, \quad (2.1a)$$

где интегрирование распространяется на все допустимые значения X . Соотношение (2.1a) выражает тот факт, что

¹⁾ Исследования Брофи [126—130] показали, что шум типа $1/f$ не является стационарным процессом. *Прим. ред.*

X обязательно лежит в пределах диапазона допустимых значений, и тогда говорят, что функция $f(X)$ *нормирована*. В противном случае вводится нормированная плотность вероятности $Cf(X)$, для которой константа C определяется из равенства $\int Cf(X) dX = 1$, т. е.

$$C = \left[\int f(X) dX \right]^{-1}. \quad (2.16)$$

Если известна $f(X)$, то средние значения X^m , обозначаемые $\overline{X^m}$, вычисляются следующим образом

$$\overline{X^m} = \int X^m f(X) dX \quad (m = 1, 2, \dots), \quad (2.2)$$

а среднее значение функции $g(X)$

$$\overline{g(X)} = \int g(X) f(X) dX. \quad (2.3)$$

В обоих случаях интегрирование распространяется на все допустимые значения X .

Если $f(X)$ — четная функция X , то средние значения всех нечетных степеней X равны нулю.

Наиболее важными средними значениями являются \overline{X} и $\overline{X^2}$. Если среднее значение X не равно нулю, рекомендуется ввести новую случайную переменную $X - \overline{X}$. Тогда наиболее важным средним значением оказывается дисперсия σ^2 величины $X(t)$:

$$\text{var } X = \sigma^2 = \overline{(X - \overline{X})^2} = \overline{X^2} - (\overline{X})^2. \quad (2.4)$$

Теперь обратимся к дискретным переменным n , которые могут принимать только целые положительные значения. Пусть $P(n)$ является вероятностью появления значения n ; тогда определения, сформулированные для непрерывных случайных переменных, остаются верными, следует лишь заменить интегрирование суммированием. Например, условие нормировки (2.1а) должно быть записано в виде

$$\sum_n P(n) = 1, \quad (2.1\text{в})$$

а среднее от n^m , по аналогии с (2.2),

$$\overline{n^m} = \sum_n n^m P(n) \quad (m = 1, 2, \dots). \quad (2.2\text{а})$$

Дисперсия n теперь определяется соотношением

$$\text{var } n = \sigma^2 = \overline{(n - \bar{n})^2} = \bar{n}^2 - (\bar{n})^2. \quad (2.4a)$$

Важными примерами дискретных плотностей вероятности являются *биномиальный закон*, *закон Пуассона* и *нормальный закон*. Обсудим эти три случая подробно.

Биномиальный закон. Пусть некоторое событие имеет вероятность p реализации в форме A и вероятность $1-p$ реализации в форме B , и пусть отдельные события независимы. Если событие случается m раз, то вероятность $P_m(n)$ того, что n раз оно реализуется в форме A ,

$$P_m(n) = \frac{m!}{n! (m-n)!} p^n (1-p)^{m-n}. \quad (2.5)$$

Применение соотношения (2.2a) для средних значений сразу дает

$$\bar{n} = mp, \quad \sigma^2 = mp(1-p). \quad (2.5a)$$

Закон Пуассона. Пусть отдельные события независимы и происходят случайно со средней частотой \bar{n} . Тогда вероятность $P(n)$ того, что n событий произойдут в течение временного интервала единичной длительности,

$$P(n) = [(\bar{n})^n \exp(-\bar{n})]/n! \quad (2.6)$$

Применение соотношения (2.2a) для средних значений дает

$$\sigma^2 = \bar{n}. \quad (2.6a)$$

Нормальный закон. Пусть события случаются со средней частотой \bar{n} . Пусть \bar{n} велико и σ^2 определено обычным образом. Тогда вероятность того, что n событий произойдут в единичном временном интервале,

$$P(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left[-\frac{(n - \bar{n})^2}{2\sigma^2} \right]. \quad (2.7)$$

Можно показать, что биномиальный и пуассоновский законы сходятся к нормальному при больших значениях n . Частный случай, когда $\sigma^2 = \bar{n}$ называют *законом Гаусса*.

Уравнение (2.7) легко модифицируется для случая непрерывной случайной переменной, имеющей $\bar{X} = 0$. Нормальный закон теперь выражается в виде

$$dP(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left(-\frac{X^2}{2\sigma^2} \right) dX, \quad (2.7a)$$

где $\sigma^2 = \overline{X^2}$.

Шумовой процесс, который может быть описан равенством (2.7а), называется *гауссовским*. Практически все флуктуационные токи и напряжения, возникающие в электрических приборах, имеют плотность вероятности этого вида ¹⁾. Поэтому путем экспериментального определения плотности вероятности удается получить не так уж много информации. Ведь *заранее* предполагается, что эта плотность вероятности является нормальной.

Причина, по которой большинство флуктуирующих величин подчиняется нормальному закону, заключается в том, что флуктуирующая величина является суммой большого числа независимых случайных переменных. В таком случае справедлива *центральная предельная теорема*:

Если X_1, X_2, \dots, X_n — независимые случайные переменные, имеющие одинаковые плотности вероятности и, следовательно, равные средние значения $\bar{X}_i = \bar{X}_1$ и дисперсии $\text{var } X_i = \text{var } X_1 = \sigma_1^2$, то сумма $Y = \sum_{i=1}^n X_i$ является асимптотически нормальной для большого n , со средним значением $\bar{Y} = n\bar{X}_1$ и дисперсией $\sigma_1^2 n$.

Средние значения, обсуждавшиеся до сих пор, называют *средними по ансамблю*, т. е. средними, определенными по очень большому числу одинаковых систем, подверженных различным флуктуациям. Если шумовой процесс стационарен, эти средние не зависят от времени.

В стационарных случайных процессах случайная переменная для одного элемента ансамбля может рассматриваться как функция $X(t)$ времени t . Среднее значение $\overline{g(X)}$ функции $g(X)$ переменной $X(t)$ в этом случае может быть также определено предельным переходом

$$\overline{g(X)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T g(X) dX. \quad (2.8)$$

Когда это среднее равно среднему по ансамблю, говорят, что рассматриваемый случайный процесс является *эргодическим*. Шумовые процессы, которые будут здесь рассмотрены, практически все являются эргодическими.

¹⁾ Исключение составляет «взрывной» шум (см. § 6.5 и [131]).
Прим. ред.

В расчетах всегда используются средние по ансамблю, но в шумовых измерениях берутся средние по времени за достаточно длительный интервал, причем усреднение обычно выполняется самим измерительным прибором (квадратичным детектором с постоянной времени τ).

Б. Плотности вероятности двух случайных переменных. Корреляция

Для двух непрерывных случайных переменных X и Y вероятность того, что величина одной из них заключена между X и $X+dX$, а величина другой — между Y и $Y+dY$, есть

$$dP = f(X, Y) dX dY, \quad (2.9)$$

по аналогии с уравнением (2.1)¹⁾. Функция $f(X, Y)$ называется совместной плотностью вероятности переменных X и Y . Она удовлетворяет условию нормировки

$$\iint f(X, Y) dX dY = 1, \quad (2.9a)$$

где интегрирование распространяется на все допустимые значения X и Y .

Средние значения определяются так же, как для одной переменной, т. е.

$$\overline{X^n Y^m} = \iint X^n Y^m f(X, Y) dX dY, \quad (2.10)$$

где интегрирование также проводится по всем допустимым значениям X и Y .

Обычно $\overline{X} = \overline{Y} = 0$; тогда наиболее важными средними значениями являются $\overline{X^2}$, $\overline{Y^2}$ и \overline{XY} . Если X и Y являются *дискретными* случайными переменными, то операции интегрирования должны быть заменены операциями суммирования так же, как в случае одной переменной.

Если $\overline{XY} = 0$, то случайные переменные $X(t)$ и $Y(t)$ называют *некоррелированными*. Если же $\overline{XY} \neq 0$, то говорят, что случайные переменные *коррелированы*, и

$$c = \overline{XY} / \sqrt{\overline{X^2} \overline{Y^2}} \quad (2.11)$$

¹⁾ Точнее было бы плотность вероятности в момент t_1 обозначать $f(X, Y, t_1)$. К счастью практически все интересующие нас здесь процессы *стационарны*, т. е. $f(X, Y, t_1 + t) = f(X, Y, t_1) = f(X, Y)$ для всех значений t .

называется *коэффициентом корреляции*. Легко показать, что из очевидного неравенства $(aX + bY)^2 \geq 0$ (для всех a и b) следует $-1 \leq c \leq 1$. Случай, когда $|c| = 1$, называется случаем *полной корреляции*.

Если две случайные переменные $X(t)$ и $Y(t)$ частично коррелированы, т. е. если $|c| < 1$, то Y можно разделить на часть aX , которая полностью коррелирована с X , и часть Z , которая не коррелирована с X . Таким образом, можно записать

$$Y = aX + Z, \quad (2-12)$$

где $\bar{X} = \bar{Y} = \bar{Z} = 0$ и $\overline{XZ} = 0$. Если c есть коэффициент корреляции двух величин, то легко показать, что

$$a = c \left(\frac{\bar{Y}^2}{\bar{X}^2} \right)^{1/2}, \quad \bar{Z}^2 = \bar{Y}^2 (1 - c^2). \quad (2.12a)$$

В. Автокорреляционная и взаимокорреляционная функции

В стационарных случайных процессах очень важным является среднее значение $\overline{X(t) X(t+s)}$. Оно называется *автокорреляционной функцией* и является мерой продолжительности влияния данного значения случайной переменной на последующие. Автокорреляционная функция¹⁾ имеет следующие интересные свойства:

1. $\overline{X(t) X(t+s)}$ является или непрерывной, даже если $X(t)$ не непрерывна, или дельта-функцией от s .

2. $\overline{X(t) X(t+s)} = \overline{X^2(t)}$ при $s=0$, если только $\overline{X(t) X(t+s)}$ не является дельта-функцией от s , так как $\overline{X(t) X(t+s)}$ непрерывна.

3. $\overline{X(t) X(t+s)}$ — четная функция s , т. е.

$$\overline{X(t) X(t-s)} = \overline{X(t) X(t+s)}.$$

¹⁾ Автокорреляционная функция определяется через совместную плотность вероятности $f(X_1, X_2)$, где $X_1 = X(t)$, а $X_2 = X(t+s)$. Мы должны теперь дополнить наше определение *стационарного* процесса, требуя выполнения равенств

$$\begin{aligned} f(X_1, t+\tau; X_2, t+s+\tau) = \\ = f(X_1, t; X_2, t+s) = f(X_1, X_2) \end{aligned}$$

для всех значений τ . Практически все шумовые процессы, обсуждаемые здесь, удовлетворяют этим условиям.

Последнее свойство можно доказать следующим образом:

$$\begin{aligned}\overline{X(t) X(t+s)} &= \overline{X(u-s) X(u)} = \overline{X(u) X(u-s)} = \\ &= \overline{X(t) X(t-s)}.\end{aligned}$$

Конечный результат получается путем подстановки $t+s=u$ и дальнейшей заменой переменной u на t . Все эти преобразования являются законными, потому что средние значения не зависят от u или t .

Если $\overline{X(t) X(t+s)}$ является дельта-функцией от s , т. е. если $\overline{X(t) X(t+s)} = A\delta(s)$, то шум называют *белым*. Обычно стараются представить флуктуационные явления при помощи источников белого шума.

Величина

$$c(s) = \overline{X(t) X(t+s)} / \overline{X^2(t)} \quad (2.13)$$

называется *нормированной* автокорреляционной функцией; она не существует, когда $\overline{X(t) X(t+s)}$ является дельта-функцией от s . Нормировка здесь означает, что $c(s) = 1$ для $s=0$.

Для частично коррелированных значений $X(t)$ и $Y(t)$, описывающих коррелированные случайные процессы, вводят *взаимокорреляционные функции* $\overline{X(t) Y(t+s)}$ и $\overline{X(t+s) Y(t)}$. Эти функции неодинаковы и не являются четными, однако, удовлетворяют соотношениям

$$\overline{X(t) Y(t+s)} = \overline{X(u-s) Y(u)} = \overline{X(t-s) Y(t)}, \quad (2.14)$$

$$\overline{X(t+s) Y(t)} = \overline{X(u) Y(u-s)} = \overline{X(t) Y(t-s)}. \quad (2.14a)$$

В каждом случае на первом шаге производится замена $t+s$ на u , а на втором шаге u заменяется на t . Это можно делать для стационарных случайных процессов.

В следующей главе мы увидим, что автокорреляционная функция и взаимокорреляционные функции играют важную роль при вычислении спектральных плотностей.

2.2. СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СЛУЧАЙНЫХ ФУНКЦИЙ И СВЯЗАННЫЕ С НИМ ТЕОРЕМЫ

А. Спектральный анализ. Теорема Винера—Хинчина

Пусть $X(t)$ является стационарным случайным процессом. Разложим $X(t)$ в ряд Фурье на интервале ¹⁾ $0 \leq t \leq T$:

$$X(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \exp(j \omega_n t), \quad (2.15)$$

где $\omega_n = 2\pi n/T$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ и

$$a_n = \frac{1}{T} \int_0^T X(t) \exp(-j \omega_n t) dt. \quad (2.15a)$$

Спектральная плотность $S_x(f)$ случайного процесса $X(t)$ определяется выражением

$$S_x(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} 2T \overline{a_n a_n^*}, \quad (2.16)$$

где знаком $*$ отмечена комплексно-сопряженная величина. В приложении 1 показано, что в соответствии с теоремой Винера—Хинчина [14, 15] $S_x(f)$ может быть выражена через автокорреляционную функцию при помощи соотношений

$$\begin{aligned} S_x(f) &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} \overline{X(t)} X(t+s) \exp(j \omega s) ds = \\ &= 4 \int_0^{\infty} \overline{X(t)} X(t+s) \cos \omega s ds. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Следует заметить, что второе из соотношений (2.17) может быть получено из первого, если принять во внимание, что

$$\exp(j \omega s) = \cos \omega s + j \sin \omega s,$$

¹⁾ Так как обычно $X(T) \neq X(0)$, то следует скорректировать $X(0)$ в конечных точках, полагая $X(0) = X(T) = 1/2 \lim [X(h) + X(T-h)]$. Тогда ряд Фурье представляет $X(t)$ даже на концах выбранного отрезка.

а также, что $\overline{X(t)X(t+s)}$ и $\cos \omega s$ являются четными функциями s , в то время как $\sin \omega s$ — нечетная функция s . Обратное по отношению к (2.17) преобразование дает

$$\overline{X(t)X(t+s)} = \int_0^{\infty} S_x(f) \cos \omega s df. \quad (2.18)$$

Пусть автокорреляционная функция $\overline{X(t)X(t+s)}$ имеет постоянную времени τ , т. е. $\overline{X(t)X(t+s)} = 0$ для $s \gg \tau$. Тогда при $\omega \tau \ll 1$ функция $\exp(j\omega s) = 1$ для всех значений s , для которых $\overline{X(t)X(t+s)}$ отлична от нуля. Следовательно, низкочастотная величина $S_x(0)$ спектральной плотности $S_x(f)$ имеет вид

$$S_x(0) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \overline{X(t)X(t+s)} ds. \quad (2.17a)$$

Для частного случая (белого шума) $\overline{X(t)X(t+s)} = A\delta(s)$.

Следовательно, поскольку $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(s) ds = 1$,

$$S_x(0) = 2A \quad (2.17b)$$

для любой реализации белого шума $X(t)$.

Пользуясь обратным соотношением (2.18), можно по спектру восстановить автокорреляционную функцию.

При вычислениях обычно находят автокорреляционные функции, а затем определяют $S_x(f)$ с помощью (2.17). В измерениях же сначала находят $S_x(f)$, а затем при помощи (2.18) рассчитывают автокорреляционную функцию.

Полагая в (2.18) $s=0$, получаем

$$\overline{X^2(t)} = \int_0^{\infty} S_x(f) df, \quad (2.19)$$

т. е. средний квадрат можно определить простым интегрированием, если известна $S_x(f)$.

Причину, по которой $S_x(f)$ можно легко измерить, поясним следующим образом. Пусть стационарный случайный сигнал $X(t)$ подается на вход произвольной линейной системы с передаточной функцией $g(f)$ и пусть $Y(t)$ — сигнал на выходе этой системы. Если $S_x(f)$ и

$S_y(f)$ являются соответствующими спектральными плотностями, а x_n и y_n — коэффициентами Фурье, то $y_n = x_n g(f)$, так что

$$S_y(f) = S_x(f) |g(f)|^2. \quad (2.20)$$

Используя соотношение (2.19), получаем

$$\overline{Y^2(t)} = \int_0^\infty S_x(f) |g(f)|^2 df. \quad (2.21)$$

Если линейная система является усилителем, то значение $\overline{Y^2(t)}$ может быть измерено с помощью квадратичного детектора. Если усилитель узкополосный и настроен на частоту f_0 , то по измеренной величине $\overline{Y^2(t)}$ можно почти сразу найти $S_x(f)$. В самом деле, в этом случае $S_x(f) \simeq S_x(f_0)$ во всей полосе пропускания усилителя, так что

$$\overline{Y^2(t)} = S_x(f_0) \int_0^\infty |g(f)|^2 df = S_x(f_0) g_0^2 B_{\text{эфф}}, \quad (2.22)$$

где $g_0 = g(f_0)$ — коэффициент передачи усилителя на частоте настройки; $B_{\text{эфф}}$ — эффективная (шумовая) полоса усилителя, определяемая соотношением

$$B_{\text{эфф}} = \frac{1}{g_0^2} \int_0^\infty |g(f)|^2 df. \quad (2.22a)$$

Значения g_0 и эффективной полосы $B_{\text{эфф}}$ определяются при помощи генератора стандартных сигналов. Следовательно, $S_x(f_0)$ можно вычислить сразу после того, как будет измерено $\overline{Y^2(t)}$ и определены g_0 и $B_{\text{эфф}}$.

Б. Теорема Винера—Хинчина для многих переменных. *Взаимные спектральные плотности*

Если на отрезке времени $0 \leq t \leq T$ имеются два частично коррелированных случайных процесса $X(t)$ и $Y(t)$, представленные рядами Фурье ¹⁾

$$X(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \exp(j\omega_n t), \quad Y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \exp(j\omega_n t), \quad (2.23)$$

¹⁾ Как и в п. А § 2.2. функции $X(t)$ и $Y(t)$ должны быть соответствующим образом скорректированы на концах отрезка.

где $\omega_n = 2\pi n/T$ и

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{T} \int_0^T X(t) \exp(-j\omega_n t) dt, \\ b_n &= \frac{1}{T} \int_0^T Y(t) \exp(-j\omega_n t) dt, \end{aligned} \quad (2.23a)$$

то можно определить *спектральные* $S_{xx}(f)$ и $S_{yy}(f)$ и *взаимные спектральные* $S_{xy}(f)$ и $S_{yx}(f)$ *плотности* с помощью соотношений

$$S_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} 2T \overline{a_n a_n^*}, \quad S_{yy}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} 2T \overline{b_n b_n^*}, \quad (2.24)$$

$$S_{xy}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} 2T \overline{a_n b_n^*}, \quad S_{yx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} 2T \overline{a_n^* b_n} = S_{xy}^*(f).$$

Здесь снова знаком * отмечены комплексно-сопряженные величины. Из определений видно, что $S_{xx}(f)$ и $S_{yy}(f)$ являются вещественными, а $S_{xy}(f)$, вообще говоря, комплексная функция.

По аналогии с теоремой Винера — Хинчина:

$$S_{xx}(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \overline{X(t) X(t+s)} \exp(j\omega s) ds, \quad (2.25)$$

$$S_{yy}(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \overline{Y(t) Y(t+s)} \exp(j\omega s) ds,$$

$$S_{xy}(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \overline{X(t) Y(t+s)} \exp(j\omega s) ds. \quad (2.25a)$$

Таким образом, шумовые процессы могут быть описаны матрицей

$$\begin{pmatrix} S_{xx}(f) & S_{xy}(f) \\ S_{yx}(f) & S_{yy}(f) \end{pmatrix}, \quad (2.26)$$

элементы которой, не лежащие на главной диагонали, комплексно сопряжены.

Часто физический смысл имеет только вещественная часть $S_{xy}(f)$. Например, $X(t) + Y(t)$ имеет спектральную плотность

$$\begin{aligned} S_{x+y, x+y}(f) &= \lim_{T \rightarrow \infty} 2T \overline{(a_n + b_n)(a_n^* + b_n^*)} = \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} 2T \overline{a_n a_n^*} + \lim_{T \rightarrow \infty} 2T \overline{b_n b_n^*} + \lim_{T \rightarrow \infty} 2T \overline{a_n b_n^*} + \\ &+ \lim_{T \rightarrow \infty} 2T \overline{a_n^* b_n} = S_{xx}(f) + S_{yy}(f) + 2\operatorname{Re}[S_{xy}(f)]. \quad (2.27) \end{aligned}$$

В качестве примера случая, когда физический смысл имеет мнимая часть $S_{xy}(f)$, рассмотрим цепь, показанную на рис. 2.1. Здесь генератор шумового тока $Y(t)$ включен параллельно емкости C , а шумовая э. д. с. $X(t)$

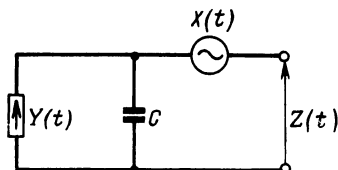


Рис. 2.1. Цепь с частично коррелированными источниками шумовой э. д. с. $X(t)$ и шумового тока $Y(t)$.

включена последовательно с ними. В этом случае спектральная плотность $S_{zz}(f)$ напряжения $Z(t)$ на концах разомкнутой цепи зависит от мнимой части $S_{xy}(f)$.

Доказательство проводится следующим образом. Пусть на отрезке ¹⁾ $0 \leq t \leq T$

$$X(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \exp(j\omega_n t), \quad Y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \exp(j\omega_n t), \quad (2.28)$$

$$Z(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(j\omega_n t).$$

Простым анализом цепи получим

$$c_n = a_n + b_n / j\omega_n C. \quad (2.28a)$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} 2\overline{c_n c_n^*} &= 2 \left(a_n + \frac{b_n}{j\omega_n C} \right) \overline{\left(a_n^* - \frac{b_n^*}{j\omega_n C} \right)} = \\ &= 2\overline{a_n a_n^*} + \frac{2\overline{b_n b_n^*}}{\omega_n^2 C^2} - \frac{4 \operatorname{Im}(\overline{a_n b_n^*})}{\omega_n C}. \quad (2.286) \end{aligned}$$

¹⁾ Как и в п. А § 2.2, функции $X(t)$, $Y(t)$ и $Z(t)$ должны быть соответствующим образом скорректированы на концах отрезка.

Из определения спектральных плотностей

$$S_{zz}(f) = S_{xx}(f) + \frac{S_{yy}(f)}{\omega^2 C^2} - \frac{2 \operatorname{Im}[S_{xy}(f)]}{\omega C}. \quad (2.28\text{в})$$

Таким образом, $\operatorname{Im}[S_{xy}(f)]$ в самом деле играет существенную роль.

Если мы проделаем ту же процедуру с n частично коррелированными шумовыми процессами, то получим спектральную матрицу из n строк и n столбцов:

$$\begin{pmatrix} S_{x_1 x_1} & S_{x_1 x_2} & \dots & S_{x_1 x_n} \\ S_{x_2 x_1} & S_{x_2 x_2} & \dots & S_{x_2 x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{x_n x_1} & S_{x_n x_2} & \dots & S_{x_n x_n} \end{pmatrix}, \quad (2.29)$$

где элементы, не лежащие на главной диагонали, являются комплексно-сопряженными, т. е.

$$S_{x_j x_i}^* = S_{x_i x_j}. \quad (2.29\text{а})$$

В. Теоремы о спектральной плотности

Сначала сформулируем *теорему Карсона*¹⁾. Пусть стационарная случайная переменная $Y(t)$ является суммой большого числа независимых событий $F_i(t)$, происходящих в случайные моменты времени со средней частотой λ , так что

$$Y(t) = \sum_i F(t - t_i), \quad (2.30)$$

где $F(t - t_i) = 0$ для $t < t_i$, и $F(t - t_i)$ представляет событие, начавшееся в момент $t = t_i$. Определяя преобразование Фурье $\psi(f)$ функции $F(u)$ формулой

$$\psi(f) = \int_{-\infty}^{\infty} F(u) \exp(-j\omega u) du, \quad (2.31)$$

получим спектральную плотность $S_y(f)$ функции $Y(t)$:

$$S_y(f) = 2\lambda |\psi(f)|^2. \quad (2.32)$$

Доказательство приведено в приложении 1.

¹⁾ Ср., например, [16].

Этот результат может быть распространен на случай, когда события не одинаковы. В этом случае $\psi(f)$ могут быть различными для различных элементарных событий, и уравнение (2.32) следует переписать в виде

$$S_y(f) = 2\lambda \overline{|\psi(f)|^2}, \quad (2.32a)$$

где $\overline{|\psi(f)|^2}$ — среднее значение $|\psi(f)|^2$.

Рассмотрим частный случай, когда известно распределение постоянных времени τ . Пусть $g(\tau)d\tau$ — вероятность того, что событие характеризуется постоянной времени, заключенной между τ и $\tau+d\tau$, и пусть $g(\tau)$ нормировано: $\int_0^\infty g(\tau)d\tau = 1$. Тогда, если $\psi_\tau(f)$ является значением $\psi(f)$ для события с постоянной времени τ , то по определению среднего значения имеем

$$\overline{|\psi(f)|^2} = \int_0^\infty |\psi_\tau(f)|^2 g(\tau) d\tau, \quad (2.33)$$

следовательно,

$$S_y(f) = 2\lambda \int_0^\infty |\psi_\tau(f)|^2 g(\tau) d\tau. \quad (2.34)$$

В качестве примера использования теоремы Карсона рассмотрим спонтанные флуктуации числа n электронов, эмиттируемых за одну секунду насыщенным термокатодом. Так как электроны покидают катод независимо друг от друга в случайные моменты времени, то n подчиняется распределению Пуассона. Поскольку $F(t-t_i)$ является дельта-функцией $\delta(t-t_i)$, для которой $|\psi(f)| = 1$, спектральная плотность случайной функции $\Delta n = n - \bar{n}$

$$S_n(f) = 2\bar{n}. \quad (2.35)$$

Теперь мы должны учесть, что электроны несут заряд $(-q)$, поэтому ток $I(t) = qn$. Среднее значение его равно, таким образом, $\bar{I} = q\bar{n}$, а спектральная плотность

$$S_i(f) = q^2 S_n(f) = 2q^2 \bar{n} = 2qI. \quad (2.36)$$

Этот результат является следствием *теоремы Шоттки* [17].

Она справедлива для любого тока, состоящего из последовательности независимых случайных импульсов, каждый из которых несет заряд $(-q)$. Следовательно, ее можно распространить не только на насыщенные (или с ограничением тока температурой катода) вакуумные диоды, но также и на диоды с p - n переходом или биполярные транзисторы, в которых носители пересекают потенциальные барьеры (см. п. Б § 6.1).

Вторая теорема, которая оказывается особенно ценной для источников белого шума и доказательство которой приведено в приложении 1, формулируется следующим образом [10]. Пусть $X(t)$ — стационарная случайная переменная, для которой $\bar{X}=0$, и пусть \bar{X}_τ — ее среднее значение по времени за интервал τ , т. е.

$$\bar{X}_\tau = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau X(t) dt. \quad (2.37)$$

Тогда значение спектральной плотности $X(f)$ на низких частотах $S_x(0)$ определяется выражением

$$S_x(0) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} 2\tau \overline{X_\tau^2}, \quad (2.38)$$

где среднее значение определяется по ансамблю одинаковых систем, подверженных различным флуктуациям.

В качестве примера рассмотрим последовательность случайных импульсов, происходящих со средней частотой \bar{n} . Пусть число импульсов, появляющихся в течение некоторого единичного интервала времени, равно n , и пусть n имеет произвольную плотность вероятности с $\sigma^2 = \text{var } n$. Тогда для N импульсов, появляющихся в течение определенного интервала времени τ , имеем

$$\bar{N} = \tau \bar{n}, \quad \overline{\Delta N^2} = \text{var } N = \tau \text{var } n. \quad (2.39)$$

Если положим, что $\Delta N = N - \bar{N}$, то $\Delta N_\tau = \Delta N / \tau$ в соответствии с (2.37), так что

$$\overline{\Delta N_\tau^2} = \frac{\text{var } N}{\tau^2} = \frac{1}{\tau} \text{var } n. \quad (2.39a)$$

Следовательно,

$$S_n(0) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} 2\tau \overline{\Delta N_\tau^2} = 2 \text{var } n. \quad (2.40)$$

В частном случае насыщенного вакуумного диода $\text{var } n = \bar{n}$, и (2.40) сводится к (2.35). В диоде, ток которого ограничен пространственным зарядом, заряд между катодом и анодом действует как буфер и частично сглаживает флуктуации; следовательно, (2.35) уже не справедливо, но (2.40) остается верным. Обычно принято писать

$$\text{var } n = \Gamma^2 \bar{n} \quad (2.41)$$

и называть Γ^2 коэффициентом подавления за счет пространственного заряда. Равенство (2.36) тогда принимает вид

$$S_i(f) = 2qI\Gamma^2. \quad (2.41a)$$

Для использования (2.40) необходимо знать дисперсию n . Часто ее можно определить при помощи *теоремы Буржесса о дисперсии* [18], которая формулируется следующим образом. Пусть последовательность N событий происходит в течение интервала τ . Пусть каждому событию сопоставлена величина a_i ($i=1, \dots, N$) и величина n определена соотношением

$$n = \sum_{i=1}^N a_i. \quad (2.42)$$

Если N и a_i флуктуируют и все значения a_i независимы, причем $\bar{a}_i = a$ и $\overline{a_i^2} = a^2$ для всех i , то

$$\bar{n} = \bar{N} \bar{a}, \quad \text{var } n = (\bar{a})^2 \text{var } N + \bar{N} \text{var } a, \quad (2.42a)$$

где $\text{var } a = \overline{a^2} - (\bar{a})^2$. Доказательство дано в приложении 1.

Подставляя в (2.42a) выражение для $\text{var } a$, получаем

$$\text{var } n = (\bar{a})^2 (\text{var } N - \bar{N}) + \bar{N} \overline{a^2}. \quad (2.42b)$$

В частном случае, когда N подчиняется распределению Пуассона, $\text{var } N = \bar{N}$ и равенства (2.42a) и (2.42b) сводятся к

$$\bar{n} = \bar{N} \bar{a}, \quad \text{var } n = \bar{N} \overline{a^2}. \quad (2.42в)$$

Второе равенство в (2.42в) оказывается весьма важным в теории шумов вторичной электронной эмиссии, таких как шумы в фотумножителях.

Используем соотношение (2.42a) следующим образом. Предположим, что в вакуумном тетроде n_c элек-

тронов эмиттируются катодом в течение единичного интервала времени и n_a попадает на анод в течение того же интервала. Каждый эмиттированный электрон имеет вероятность $\lambda = I_a/I_c$ достичь анода и вероятность $1 - \lambda = I_2/I_c$ попасть на экранную сетку; здесь I_c , I_2 и I_a — средние значения токов катода, экранной сетки и анода соответственно.

Следовательно, $a_i = 1$, если электрон достигает анода, и $a_i = 0$, если электрон попадает на экранную сетку; очевидно, что $\bar{a}_i = \bar{a} = \lambda$. Таким образом, мы имеем $\overline{a_i^2} = a_i$ или $\overline{a_i^2} = \bar{a}_i$, а следовательно,

$$\bar{a}_i = \lambda \text{ и } \text{var } \overline{a_i^2} = \overline{a_i^2} - (\bar{a}_i)^2 = \lambda(1 - \lambda).$$

Поэтому теорема о дисперсии дает

$$\text{var } n_a = \lambda^2 \text{var } n_c + \bar{n}_c \lambda (1 - \lambda). \quad (2.43)$$

Слагаемое $\bar{n}_c \lambda (1 - \lambda)$, которое называется *шумом тока-распределения*, появляется из-за случайного распределения электронов между экранной сеткой и анодом. Оно подчиняется биномиальному закону.

2.3. МЕТОД ЛАНЖЕВЕНА

Этот метод заключается в том, что записывается макроскопическое дифференциальное уравнение рассматриваемой системы и в правую часть его вводится случайная возмущающая функция $H(t)$, описывающая флуктуации в системе. Хотя $H(t)$ не известна, обычно может быть получена достаточная статистическая информация о системе, чтобы рассчитать спектральные плотности флуктуаций [19]. Покажем это на нескольких примерах.

Тепловой шум. Рассмотрим RL цепочку с источником теплового шума $H(t)$ сопротивлением R (рис. 2.2). Дифференциальное уравнение Ланжевена в этом случае имеет вид

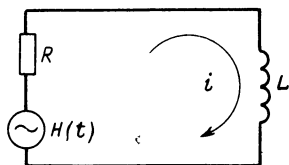


Рис. 2.2. RL контур с источником теплового шума $H(t)$.

$$L \frac{di}{dt} + Ri = H(t). \quad (2.44)$$

Для $0 \leq t \leq T$ запишем следующие ряды Фурье ¹⁾:

$$H(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \alpha_n \exp(j\omega_n t), \quad i(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \beta_n \exp(j\omega_n t), \quad (2.45)$$

где $\omega_n = 2\pi n/T$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$).

Подставляя (2.45) в (2.44) и учитывая, что $d/dt = j\omega_n$, получаем

$$\beta_n = \alpha_n / (j\omega_n L + R). \quad (2.46)$$

Но

$$S_H(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} 2T \overline{\alpha_n \alpha_n^*}, \quad S_i(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} 2T \overline{\beta_n \beta_n^*}, \quad (2.47)$$

и, так как $H(t)$ — белый шум, т. е. $S_H(f) = S_H(0)$, из (2.46) имеем

$$S_i(f) = S_H(0) / (R^2 + \omega^2 L^2). \quad (2.48)$$

Теперь задача сводится к тому, чтобы найти $S_H(0)$. После этого рассчитывается \bar{i}^2 :

$$\bar{i}^2 = \int_0^{\infty} S_i(f) df = S_H(0) \int_0^{\infty} \frac{df}{R^2 + \omega^2 L^2} = \frac{S_H(0)}{4RL}. \quad (2.48a)$$

Но из теоремы о равномерном распределении энергии по степеням свободы ²⁾ известно, что

$$0,5Li^2 = 0,5kT \quad \text{или} \quad \bar{i}^2 = kT/L. \quad (2.49)$$

Приравнявая (2.48a) и второе из равенств (2.49), получаем

$$S_H(0) = 4kTR, \quad S_i(f) = 4kTR / (R^2 + \omega^2 L^2). \quad (2.50)$$

Первое из соотношений (2.50) известно из *теоремы Найквиста* [20], а второе сразу получается с помощью теории линейных цепей. Таким образом, мы видим, что теорема о равномерном распределении энергии позволяет полностью решить задачу.

Генерационно-рекомбинационный шум. Возникновение и исчезновение носителей в образце полупроводника из-за процессов генерации и рекомбинации описываются дифференциальным уравнением вида

$$\frac{d\Delta N}{dt} = -\frac{\Delta N}{\tau} + H(t), \quad (2.51)$$

¹⁾ $H(t)$ и $i(t)$, конечно, должны быть соответствующим образом скорректированы на концах отрезка.

²⁾ Более подробно об этом см. [10] § 11—2 в. (*Прим. перев.*)

где ΔN — флуктуация числа носителей, $H(t)$ — случайное воздействие, τ — время жизни избыточных (неравновесных) носителей.

По аналогии с (2.48)

$$S_N(f) = S_H(0) \tau^2 / (1 + \omega^2 \tau^2). \quad (2.52)$$

Но

$$\overline{\Delta N^2} = \int_0^\infty S_N(f) df = S_H(0) \tau \int_0^\infty \frac{\tau df}{1 + \omega^2 \tau^2} = \frac{S_H(0) \tau}{4}, \quad (2.52a)$$

так что

$$S_N(f) = 4 \overline{\Delta N^2} \tau / (1 + \omega^2 \tau^2). \quad (2.53)$$

Таким образом, спектр $S_N(f)$ можно считать известным, если определены $\overline{\Delta N^2}$ и τ (см. § 2.4).

2.4. ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ [21]

Для того чтобы рассчитать $\overline{\Delta N^2}$ и постоянную времени τ в предыдущей задаче, запишем дифференциальное уравнение, называемое основным для вероятности $P(N)$ того, что N электронов находятся в зоне проводимости. Пусть $g(N)dt$ — вероятность того, что в результате генерации электрон попадет в зону проводимости в течение интервала времени dt , и $r(N)dt$ — вероятность того, что электрон исчезнет из зоны проводимости путем рекомбинации в течение такого же интервала. Тогда основное уравнение для данной задачи можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{dP(N)}{dt} = & r(N+1)P(N+1) + g(N-1)P(N-1) - \\ & - P(N)g(N) - P(N)r(N) \end{aligned} \quad (2.54)$$

при условии, что известны скорости переходов $N+1 \rightleftharpoons N$ и $N-1 \rightleftharpoons N$. Так как в состоянии равновесия выполняется условие $dP(N)/dt=0$, методом последовательной подстановки можно найти равновесное распределение

$$P(N) = P(0) \left[\prod_{v=0}^{N-1} g(v) \right] / \left[\prod_{v=1}^N r(v) \right]. \quad (2.55)$$

В соответствии с (2.55)

$$\frac{d \ln P(N)}{dN} = \frac{\ln P(N+1) - \ln P(N)}{1} = \ln g(N) - \ln r(N+1). \quad (2.56)$$

Наиболее вероятное значение N_0 случайной переменной N вычислим, положив (2.56) равным нулю. Следовательно, $\ln g(N_0) = \ln r(N_0 + 1)$ или, если N_0 велико,

$$g(N_0) = r(N_0), \quad (2.56a)$$

что соответствует равновесию генерации и рекомбинации.

Найдем теперь $\overline{(N - N_0)^2}$, заметив, что $P(N)$ может быть аппроксимирована нормальным законом для N , близких к N_0 :

$$P(N) = P(N_0) \exp [-(N - N_0)^2 / 2 \overline{(N - N_0)^2}]. \quad (2.57)$$

Из (2.57) и (2.56) получим

$$\frac{d^2}{dN^2} [\ln P(N)]_{N=N_0} = \frac{g'(N_0) - r'(N_0)}{g(N_0)} = -\frac{1}{\overline{(N - N_0)^2}}, \quad (2.58)$$

где g' и r' — производные по N . Следовательно,

$$\overline{\Delta N^2} = \overline{(N - N_0)^2} = g(N_0) / [r'(N_0) - g'(N_0)]. \quad (2.59)$$

Дифференциальное уравнение

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (\Delta N) &= g(N) - r(N) + H(t) = \\ &= -[r'(N_0) - g'(N_0)] \Delta N + H(t) \end{aligned} \quad (2.60)$$

описывает процесс убывания концентрации $\Delta N = N - N_0$.

Сравнивая его с (2.51), находим постоянную времени

$$\tau = 1 / [r'(N_0) - g'(N_0)], \quad (2.61)$$

так что

$$\overline{\Delta N^2} = g_0 \tau; S_N(f) = 4g_0 \tau^2 / (1 + \omega^2 \tau^2). \quad (2.62)$$

Из сопоставления (2.52) и (2.62) видно, что

$$S_H(0) = 4g_0 = 2g(N_0) + 2r(N_0). \quad (2.63)$$

Полученный результат имеет простой смысл. Рассматриваемый шум в общем случае может быть интерпретирован как *дробовой* со спектральными плотностями $2g(N_0)$ для генерационного шума и $2r(N_0)$ для рекомбинационного шума. Применим теперь этот результат к нескольким частным случаям.

Полупроводники n-типа с N_d глубоко лежащими донорами. Здесь $g(N)$ пропорционально $N_d - N$, т. е. числу

нейтральных доноров, а $r(N)$ пропорционально N^2 , так как имеются N свободных электронов и N ионизированных доноров. Следовательно,

$$g(N) = \gamma(N_d - N), \quad r(N) = \rho N^2, \quad (2.64)$$

где γ и ρ постоянные, так что

$$\overline{\Delta N^2} = \frac{N_0(N_d - N_0)}{2N_d - N_0}, \quad \tau = \frac{1}{\gamma + 2\rho N_0} = \frac{N_d - N_0}{\rho N_0(2N_d - N_0)}. \quad (2.64a)$$

Полупроводники n-типа, близкие к собственным. При наличии N_d доноров и N свободных электронов, существует $P = N - N_d$ дырок. В этом случае все флуктуации происходят из-за генерации и рекомбинации электронно-дырочных пар, так что $g = g_0$ постоянно, а r пропорционально произведению NP . Следовательно,

$$g = g_0, \quad r = \rho NP = \rho N(N - N_d), \quad (2.65)$$

где ρ — постоянная величина, так что

$$\overline{\Delta N^2} = \overline{\Delta P^2} = N_0 P_0 / (N_0 + P_0), \quad \tau = 1 / \rho (N_0 + P_0). \quad (2.65a)$$

Случай N_T поверхностных ловушек и N захваченных электронов. Скорость захвата пропорциональна числу $N_T - N$ пустых ловушек, а скорость освобождения пропорциональна N . Следовательно,

$$g(N) = a(N_T - N), \quad r(N) = bN. \quad (2.66)$$

В состоянии равновесия

$$a(N_T - N_0) = bN_0 \quad \text{или} \quad N_0 = \frac{a}{a+b} N_T = N_T \lambda, \quad (2.66a)$$

где $\lambda = a/(a+b)$. Далее,

$$\tau = \frac{1}{a+b}, \quad \overline{\Delta N^2} = N_0 \frac{b}{a+b} = N_T \frac{ab}{(a+b)^2} = N_T \lambda (1-\lambda). \quad (2.67)$$

Следовательно, если $g(N)$ и $r(N)$ являются линейными функциями N , τ не зависит от N_0 и флуктуации N подчиняются биномиальному закону.

ОПИСАНИЕ ШУМОВ [10, 22—25]

3.1. ЭКВИВАЛЕНТНЫЙ ТОК НАСЫЩЕННОГО ДИОДА,
ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ШУМОВЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ,
ПРОВОДИМОСТЬ И ТЕМПЕРАТУРА*А. Двухполюсники или приборы с одним входом*

В соответствии с теоремой Шоттки (2.36) шум насыщенного вакуумного диода, средний ток которого равен I_d , в малом частотном интервале Δf может быть пред-



Рис. 3.1. Эквивалентные шумовые схемы двухполюсников:

a — насыщенного вакуумного диода;
б — цепь, представленная источником

шумового тока $\sqrt{i^2}$, включенным параллельно с ее комплексной проводимостью Y ;
в — цепь, представленная шумовой э. д. с. $\sqrt{e^2}$, включенной последовательно с комплексным сопротивлением цепи Z .

ставлен генератором шумового тока $\sqrt{2qI_d\Delta f}$, включенным параллельно диоду (рис. 3.1, *a*).

Применяя теорему Тевенина, шум любой двухполюсной цепи или прибора при температуре T можно представить в малом частотном интервале Δf либо источником шумового тока $\sqrt{i^2}$, включенным параллельно с комплексной входной проводимостью Y этой цепи или прибора (рис. 3.1, *б*), либо источником шумовой э. д. с. $\sqrt{e^2} = \sqrt{i^2|Z|^2}$, включенным последовательно с Z (рис. 3.1, *в*), где

$$\bar{i}^2 = 2qI_{\text{экв}}\Delta f. \quad (3.1)$$

Величину $I_{\text{эКВ}}$ называют *эквивалентным током насыщенного диода* для данной цепи или прибора. Ее смысл состоит в следующем. Если измерить мощность шума цепи или прибора, а затем параллельно этому прибору подключить насыщенный диод с током $I_{\text{эКВ}}$, то мощность шума на выходе системы удвоится.

Конечно, всегда можно характеризовать шум его спектральной плотностью $\bar{i}^2/\Delta f$, выражая ее в «амперах в квадрате на секунду», но проще пользоваться понятием эквивалентного тока насыщенного диода. Это понятие тесно связано с методикой измерения шума и часто имеет ясный физический смысл. Например, если предполагается, что исследуемый прибор дает шум типа дробового, то эквивалентный ток насыщенного диода должен быть равен току прибора, если генерируется полный дробовой шум, и будет меньше, чем ток прибора, если наблюдается частично подавленный дробовой шум. В последнем случае обычно пишут [ср. с (2.41а)]

$$\bar{i}^2 = 2q\bar{I}\Gamma^2\Delta f, \quad (3.2)$$

где \bar{I} — средний ток прибора, а Γ^2 — коэффициент подавления шума в нем. Сравнивая (3.1) и (3.2), видим, что

$$I_{\text{эКВ}} = \bar{I}\Gamma^2 \text{ или } \Gamma^2 = I_{\text{эКВ}}/\bar{I}, \quad (3.2a)$$

так что Γ^2 может быть определено при измерении шума.

Мы уже упоминали, что $I_{\text{эКВ}}$ хорошо описывает реальный эксперимент, при котором насыщенный диод

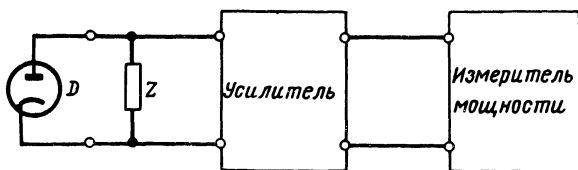


Рис. 3.2. Схема для измерения шума двухполюсника.

используется как калибровочный источник шума. В этом случае исследуемая двухполюсная цепь или прибор присоединяется ко входу малошумящего усилителя, а насыщенный диод подключается параллельно этому прибору (рис. 3.2). К выходу усилителя подключается измеритель мощности, например квадратичный детектор, и из-

меряется мощность шума исследуемого прибора. Затем через насыщенный диод пропускается такой ток I_d , чтобы мощность шума на выходе удвоилась. При этом $I_{\text{экв}} = I_d$. Очевидно, необходимо внести поправки (см. гл. 4), учитывающие шум усилителя, но это не меняет сколько-нибудь значительно основных принципов измерения.

Преимущество описанного метода состоит в том, что измеренная величина $I_{\text{экв}}$ не зависит от полосы усилителя, при условии, что спектральная плотность шума прибора не меняется слишком сильно в пределах этой полосы.

В соответствии с теоремой Найквиста (2.50) тепловой шум сопротивления R при абсолютной температуре T в интервале частот Δf может быть представлен при помощи э. д. с. $\sqrt{4kTR\Delta f}$, включенной последовательно с R (рис. 3.3, а). Очевидно что его можно с таким же

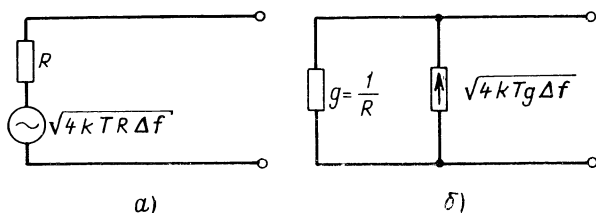


Рис. 3.3. Эквивалентные схемы, иллюстрирующие теорему Найквиста. Тепловой шум представлен генератором напряжения (а) и генератором тока (б).

успехом представить источником тока $\sqrt{4kT\Delta f/R} = \sqrt{4kTg\Delta f}$ (здесь $g=1/R$), включенным параллельно сопротивлению R (рис. 3.3, б).

Применим теперь эти результаты для описания шумов двухполюсной цепи или прибора. Обращаясь снова к рис. 3.1, б и в, запишем равенство

$$\bar{i}^2 = 4kT_0 g_n \Delta f, \quad (3.3)$$

где g_n — эквивалентная шумовая проводимость прибора при температуре T_0 . В соотношении

$$\bar{e}^2 = \bar{i}^2 |Z|^2 = 4kT_0 R_n \Delta f, \quad (3.4)$$

величина R_n называется эквивалентным шумовым сопротивлением прибора при температуре T_0 . Подставляя (3.3) в (3.4), получаем

$$R_n = g_n |Z|^2. \quad (3.4a)$$

Так как обычно измеряется величина $I_{\text{ЭКВ}}$, необходимо выразить g_n и R_n через $I_{\text{ЭКВ}}$. Приравняем (3.1) и (3.3):

$$2qI_{\text{ЭКВ}} = 4kT_0g_n \text{ или } g_n = (q/2kT_0)I_{\text{ЭКВ}} \quad (3.5)$$

и подставим (3.1) в (3.4):

$$2qI_{\text{ЭКВ}}|Z|^2 = 4kT_0R_n \text{ или } R_n = (q/2kT_0)I_{\text{ЭКВ}}|Z|^2. \quad (3.6)$$

В частном случае теплового шума проводимости $g = 1/R$ из (3.5) имеем

$$I_{\text{ЭКВ}} = \frac{2kT_0g}{q} = \frac{2kT_0}{q} \frac{1}{R}. \quad (3.7)$$

При комнатной температуре $kT_0/q \simeq 1/40$ в, так что для $R = 1\,000$ ом имеем $I_{\text{ЭКВ}} \simeq 50$ мка. Таким образом, легко преобразовать тепловой шум в эквивалентный ток насыщенного диода. В измерительных цепях, содержащих сопротивление нагрузки, легко пересчитать его тепловой шум в эквивалентный ток насыщенного диода, и внести поправку в измеренную величину $I_{\text{ЭКВ}}$ из-за теплового шума этого сопротивления.

Существует третий способ описания шумов, который часто оказывается полезным. Обращаясь снова к рис. 3.1, б и в, запишем равенство

$$\overline{i^2} = 4kT_n g \Delta f, \quad \overline{e^2} = 4kT_n R \Delta f, \quad (3.8)$$

где величина T_n называется эквивалентной шумовой температурой рассматриваемой цепи или прибора. Сравнивая (3.8) с (3.3) и (3.4), имеем

$$T_n = (g_n/g_0)T_0 = (R_n/R)T_0. \quad (3.9)$$

Эти представления особенно полезны, если предполагается, что исследуемый прибор дает шум теплового происхождения при температуре T_0 , так как в этом случае $T_n = T_0$, $g_n = g$ и $R_n = R$. Так как часто неизвестно заранее, которое из этих описаний окажется наиболее полезным, рекомендуется определить $I_{\text{ЭКВ}}$, g_n , R_n и T_n , а затем выбрать тот путь, который позволяет дать простейшее истолкование результатов измерений.

Мы описали шум прибора, используя понятие «опорной» температуры T_0 , а не действительную температуру T . Причина такого подхода в том, что температуру T иногда бывает трудно определить. Например, в вакуумном диоде с током, ограниченным пространственным зарядом, катод имеет температуру T_c , а анод — температуру T_a . Какую из этих температур следует считать опорной, неизвестно. Поэтому лучше использовать фиксированную опорную температуру, в качестве которой обычно берется стандартная комнатная температура $T_0 = 290^\circ\text{К}$. Только в тех случаях, когда можно ожидать, что исследуемый прибор имеет тепловой шум, рекомендуется в качестве опорной использовать температуру прибора.

Для примера рассмотрим случай вакуумного диода, ток которого ограничен пространственным зарядом (назовем его идеальным, в том смысле, что электроны в нем не отражаются от анода). Из теоретического анализа шума

$$\overline{i^2} = \theta \cdot 4kT_c g_a \Delta f, \quad (3.10)$$

где T_c — температура катода; $g_a = dI_a/dV_a$ — проводимость диода, а $\theta = 3(1 - \pi/4) = 0,644$. В этом случае эквивалентная шумовая температура диода $T_n = \theta T_c$, эквивалентный ток насыщенного диода $I_{\text{эКВ}} = \theta(2kT_c/q)g_a$, а эквивалентная шумовая проводимость при комнатной температуре T_0 равна $g_n = \theta(T_c/T_0)g_a$.

Б. Трехполюсные приборы или приборы с двумя входами [24]

Такие приборы, как транзистор, полевой транзистор или вакуумный триод являются трехполюсными. Полюсами являются база, эмиттер и коллектор для транзистора, затвор, исток и сток для полевого транзистора и сетка, катод и анод для вакуумного триода. Если эти приборы используются в активных цепях с двумя входами, то вход и выход таких схем должны иметь один общий полюс. По этой причине говорят о схемах с общим эмиттером, общим истоком или общим катодом; общей базой, общим затвором или общей сеткой; общим коллектором, общим стоком или общим анодом. Более распространенными для последних трех схем являются названия эмиттерный, истоковый и катодный повторители.

Обсудим способы описания шумов этих устройств, не входя в детали физики шумов. На рис. 3.4,а показан трехполюсник, вход которого обозначен i , выход — o , а общий вывод (общая земля) — g . Наиболее общим является описание шумов в частотном интервале Δf при помощи трех источников шумового тока: i_{io} между i и o , i_{ig} — между i и g , и i_{og} — между o и g , с такими полярностями, которые показаны на рисунке.

Перейдем от этого представления к эквивалентному, содержащему только два источника тока, заменив i_{io} в схеме на рис. 3.4,а источником тока i_{io} , включенным между o и g и таким же источником тока между g и i ,

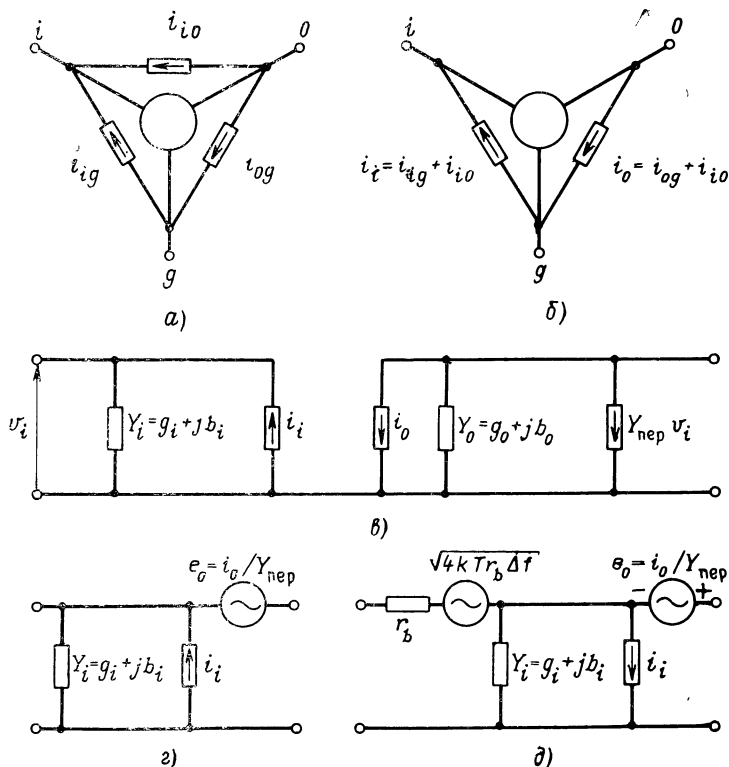


Рис. 3.4. Шумовые эквивалентные схемы трехполюсника:

а — с тремя некоррелированными генераторами шумового тока; б — с двумя частично коррелированными генераторами шумового тока; в — с двумя частично коррелированными генераторами шумового тока и проводимостями; г — с одним генератором шумового тока и коррелированным с ним генератором шумового напряжения; д — представление транзистора, включенного по схеме с общим эмиттером.

с направлениями, показанными на рис. 3.4,б. Теперь мы можем заменить эти источники шума источником тока i_i между i и g и источником тока i_o между o и g , с полярностями, показанными на рисунке, где

$$i_i = i_{ig} + i_{io}, \quad i_o = i_{og} + i_{io}. \quad (3.11)$$

В общем случае эти два источника тока будут частично коррелированными, так что шум можно описывать тремя параметрами: $\overline{i_i^2}$, $\overline{i_o^2}$ и $\overline{i_i i_o^*}$, где звездочкой отмечена комплексно-сопряженная величина. Так как последний параметр является, вообще говоря, комплексным, на самом деле шум описывается четырьмя числовыми характеристиками.

В частных случаях источники шума могут быть некоррелированными, и при определенных условиях i_i может равняться нулю. Таково, например, положение с полевыми транзисторами (ПТ) в схеме с общим истоком и с вакуумными лампами на относительно низких частотах, поскольку на эти приборы подается смещение, при котором токи затвора в ПТ и сетки в лампе равны нулю и они не могут содержать никаких флуктуаций на низких частотах. На более высоких частотах, как будет показано в гл. 5 и 6, это уже неверно.

Полная эквивалентная схема двухполюсника показана на рис. 3.4,в. Здесь мы добавили входную Y_i и выходную Y_o проводимости прибора и представили передаточные свойства по сигналу источником тока $Y_{\text{пер}} v_i$, где $Y_{\text{пер}}$ — высокочастотная переходная или прямая взаимная проводимость (комплексная крутизна) этого прибора. На низких частотах она сводится к крутизне прибора g_m . Кроме нее, может присутствовать также проводимость обратной связи Y_{oi} , которая, как правило, оказывается реактивной и может быть нейтрализована при помощи соответствующей настройки или другими способами; мы предполагаем, что это сделано. Лишь в редких случаях оказывается, что Y_{oi} имеет значительную вещественную часть.

Можно еще упростить эквивалентную схему, заменив источник тока i_o эквивалентной э. д. с. $e_o = i_o / Y_{\text{пер}}$, включенной последовательно со входом (рис. 3.4,г). Эта схема весьма хорошо подходит для ПТ или вакуумной лампы, но для транзистора с общим эмиттером необходимо добавить эффективное сопротивление r_b области базы; это «сопротивление базы» включено последовательно со

входом (рис. 3.4,б) и с ним связан шум, являющийся тепловым. Необходимо здесь отметить, что источник тока i_i оказывается подключенным к «внутренним» зажимам, а не к внешним.

Такова общая эквивалентная схема, которую всегда можно использовать. Однако она имеет тот недостаток, что для каждого варианта включения прибора получаются различные эквивалентные схемы (например, для схем на ПТ с общим истоком, общим затвором и общим стоком), и для каждой из этих схем необходимо делать отдельное вычисление. Но если рассчитать для этих цепей коэффициент шума, который определен в § 3.2, то окажется, что для них он будет почти одинаков (гл. 7). Поэтому достаточно знать схему только для *одного* из трех вариантов включения (в приведенном случае — для ПТ с общим истоком). Более того, в случае транзисторных схем часто определяют эквивалентную схему для транзистора с общей базой, пользуясь несколько иным подходом (см. гл. 7), а в других вариантах включения используют ее.

Если вернуться теперь к эквивалентной схеме на рис. 3.4,б, то можно ввести эквивалентные токи насыщенного диода $I_{\text{экв},i}$ и $I_{\text{экв},o}$ для i_i и i_o соответственно, пользуясь соотношениями

$$\overline{i_i^2} = 2qI_{\text{экв},i}\Delta f, \quad \overline{i_o^2} = 2qI_{\text{экв},o}\Delta f. \quad (3.12)$$

Эти величины можно измерить так же, как эквивалентные токи насыщенного диода любой цепи с одним входом, закорачивая один из двух входов. Чтобы измерить $I_{\text{экв},i}$, закорачивают выход схемы по высокой частоте, а чтобы измерить $I_{\text{экв},o}$, закорачивают вход схемы по высокой частоте.

В то время как $\overline{i_i^2}$ и $\overline{i_o^2}$ можно измерить непосредственно, характеристика взаимной корреляции может быть определена только при помощи дополнительного усилителя (см. гл. 7).

Иногда удобно использовать измеренные величины $I_{\text{экв},i}$ и g_i , чтобы найти эквивалентную шумовую температуру T_{ni} проводимости g_i в соответствии с определением

$$2qI_{\text{экв},i} = 4kT_{ni}g_i, \quad T_{ni} = \frac{2q}{k} \frac{I_{\text{экв},i}}{g_i}. \quad (3.13)$$

Удобно также заменить шумовую э. д. с. $\overline{e_o^2}$ (рис. 3. 4,2) эквивалентным шумовым сопротивлением R_n в соответствии с определением

$$\overline{e_o^2} = \frac{2qI_{\text{экв},o}\Delta f}{|Y_{\text{пер}}|^2} = 4kT_0R_n\Delta f \quad \text{или} \quad R_n = \frac{q}{2kT_0} \frac{I_{\text{экв},o}}{|Y_{\text{пер}}|^2}, \quad (3.14)$$

где $T_0 = 290$ °К. Это особенно полезно, если $\overline{i_i^2} = 0$ или если ток i_i некоррелирован с i_o .

Если $\overline{i_i^2}$ можно пренебречь, то шумовое сопротивление измеряется очень просто при помощи схемы на рис. 3.5.

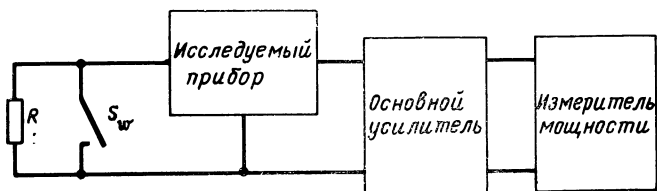


Рис. 3.5. Схема для измерения шумового сопротивления трехполюсного прибора.

Здесь исследуемый прибор использован в первом каскаде усилителя; между входом и землей включено переменное сопротивление R , и также ключ, который периодически замыкается и размыкается. Если g — коэффициент усиления усилителя, то средний квадрат выходного напряжения усилителя при замкнутом ключе равен $4kT_0R_nB_{\text{эфф}}|g|^2$, а соответствующая величина при разомкнутом ключе равна $4kT_0(R+R_n)B_{\text{эфф}}|g|^2$, где $B_{\text{эфф}}$ — эффективная шумовая полоса усилителя, определенная равенством (2.22а). Подбирая R так, чтобы последняя величина стала вдвое больше первой, имеем $R_n = R$.

Этот метод оказывается весьма эффективным на относительно низких частотах, например до 500 кГц. Для точного измерения необходимо, чтобы вклад мощности шума основного усилителя в мощность выходного шума либо был пренебрежимо мал, либо легко учитывался. Первое может быть достигнуто соответствующим проектированием входного каскада усилителя, второе в принципе также не представляет труда (см. гл. 4).

Помимо эквивалентных шумовых схем (рис. 3.4), используется еще одна эквивалентная схема (рис. 3.6), где шум представлен источником тока i , включенным параллельно входу прибора, и источником э. д. с. e , включенным последовательно со входом. Она не совпадает с показанной на рис. 3.4,2, так как здесь входная проводимость Y_i является нагрузкой, а там представляет собой часть самой эквивалентной схемы. Мы не будем использовать это представление, так как схема на рис. 3.4 точнее соответствует физике прибора. Однако нетрудно преобразовать одну из этих эквивалентных схем в другую.

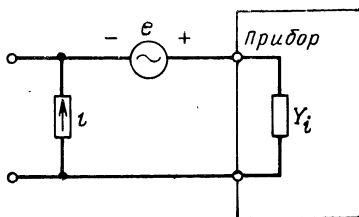


Рис. 3.6. Эквивалентная схема, аналогичная рис. 3.4,2.

Обратите внимание на различие в положении входной проводимости Y_i .

3.2. КОЭФФИЦИЕНТ ШУМА

А. Коэффициент шума на данной частоте. Усредненный коэффициент шума [26, 10]

Для того чтобы определить шум усилительного каскада, его включают перед измерительным усилителем с эффективной полосой $B_{эфф}$, которая выбирается так, чтобы она была узкой по сравнению с полосой B входной цепи исследуемого усилительного каскада, скажем $B_{эфф} < 1/6 B$. Вместо источника сигнала между входными зажимами исследуемого усилительного каскада распола-



Рис. 3.7. Схема для измерения коэффициента шума усилительного каскада на данной частоте.

гается проводимость g_s , имеющая опорную температуру T_0 . Параллельно g_s включается насыщенный вакуумный диод (рис. 3.7). Через него пропускается такой ток, при котором мощность шума на выходе измерительного усилителя удваивается.

Предположим сначала, что измерительный усилитель дает пренебрежимо малый вклад в мощность выходного шума. Если мощность удвоилась при $I_d = I_{\text{экв},s}$, то назовем $I_{\text{экв},s}$ эквивалентным током насыщенного диода, приведенным ко входу усилительного каскада. Для малого частотного интервала Δf мы можем теперь представить шум усилителя источником тока $\sqrt{2qI_{\text{экв},s}\Delta f}$, включенным параллельно g_s .

Заменим теперь этот источник тока эквивалентным генератором тока $\sqrt{F(f) \cdot 4kT_0 g_s \Delta f}$, где T_0 — опорная температура. Тогда $F(f) \cdot 4kT_0 g_s \Delta f = 2qI_{\text{экв},s} \Delta f$ или

$$F(f) = \frac{q}{2kT_0} \frac{I_{\text{экв},s}}{g_s}. \quad (3.15)$$

Усилительный каскад дает шум, мощность которого в $F(f)$ раз превосходит мощность теплового шума проводимости g_s при опорной температуре T_0 . Эта величина $F(f)$ называется *коэффициентом шума на данной частоте, локальным* или *узкополосным* коэффициентом шума, так как полоса $B_{\text{эфф}}$, в которой проводились измерения, мала по сравнению с полосой B входной цепи усилительного каскада¹⁾. Опорная температура T_0 обычно берется равной 290°К (комнатная температура).

Если настраивать измерительный усилитель на различные частоты и определять локальный коэффициент шума на каждой частоте, то оказывается, что $F(f)$ зависит от частоты. Он обычно оказывается минимальным около центра полосы пропускания усилительного каскада и возрастает к ее краям.

Теперь предположим, что мы имеем усилительный каскад, включенный на входе измерительного усилителя. Полосы пропускания каскада и усилителя сравнимы между собой. При этом по-прежнему предполагаем, что измерительный усилитель дает пренебрежимо малый вклад в полную мощность шума на выходе. В этом слу-

¹⁾ Сравнение лучше в общем случае производить между $B_{\text{эфф}}$ и $1/\sqrt{\partial^2 F(f)/\partial f^2}$, поскольку коэффициент шума даже в пределах полосы B может резко изменяться как за счет источников небелого шума, так и за счет противозумовых коррекций. *Прим. ред.*

чае шум для любого частотного интервала Δf снова можно характеризовать источником тока $\sqrt{F(f) \times 4kT_0 g_s \Delta f}$, включенным параллельно g_s . Следовательно, если $g(f)$ — амплитудно-частотная характеристика каскадно соединенных усилителей, то суммарная мощность выходного шума

$$P_{\text{сум}} = \int_0^{\infty} F(f) \cdot 4kT_0 g_s |g(f)|^2 df. \quad (3.16)$$

Часть этой мощности

$$P_s = \int_0^{\infty} 4kT_0 g_s |g(f)|^2 df \quad (3.16a)$$

обусловлена тепловым шумом g_s . Усредненный коэффициент шума $F_{\text{ср}}$ этой системы определяется теперь выражением

$$F_{\text{ср}} = \frac{P_{\text{сум}}}{P_s} = \frac{\int_0^{\infty} F(f) |g(f)|^2 df}{\int_0^{\infty} |g(f)|^2 df}, \quad (3.17)$$

так что $F_{\text{ср}}$ является средним значением $F(f)$, с весом, определяемым частотной характеристикой усилителей.

Если измерительный усилитель дает значительный вклад в мощность шума на выходе, то очевидно, что этот вклад необходимо учесть (см. гл. 4). В некоторых случаях коррекция может быть настолько большой, что она серьезно сказывается на точности измерения коэффициента шума.

Б. Шумовая температура приемников и усилительных каскадов

Мы уже видели, что шум усилительного каскада или усилителя может быть представлен эквивалентным генератором тока $\sqrt{F(f) \cdot 4kT_0 g_s \Delta f}$, включенным параллельно проводимости источника g_s . В соотношении

$$F(f) \cdot 4kT_0 g_s \Delta f = 4kT_0 g_s \Delta f + [F(f) - 1] 4kT_0 g_s \Delta f \quad (3.18)$$

первое слагаемое характеризует тепловой шум источника сигнала при температуре T_0 , а второе представляет шум усилителя или усилительного каскада. Запишем теперь

$$[F(f) - 1] \cdot 4kT_0 g_s \Delta f = 4kT_{na} g_s \Delta f$$

или

$$T_{na} = T_0 [F(f) - 1]. \quad (3.19)$$

Величина T_{na} называется *эквивалентной шумовой температурой* усилителя или усилительного каскада.

Преимущество этой характеристики в том, что *шумовые температуры аддитивны*. Если источник находится не при комнатной температуре, а имеет эквивалентную шумовую температуру T_{ns} , и если усилитель имеет эквивалентную шумовую температуру T_{na} , то эквивалентная шумовая температура $T_{\text{эКВ}}$ системы источник — усилитель равна

$$T_{\text{эКВ}} = T_{ns} + T_{na} \quad (3.20)$$

и шум всех источников вместе может быть охарактеризован эквивалентным генератором тока $\sqrt{4kT_{\text{эКВ}} g_s \Delta f}$, включенным параллельно проводимости g_s источника.

Представление об эквивалентной шумовой температуре должно быть видоизменено, если квантовая поправка в теореме Найквиста становится существенной (§ 5.1 и гл. 7).

В. Вычисление коэффициента шума в простом случае

При вычислении коэффициента шума усилительного каскада F составляют эквивалентную схему, включающую все источники шума, рассчитывают средний квадрат $\overline{v_o^2}$ выходного шумового напряжения и определяют

$$F = \frac{\overline{v_o^2}}{\text{вклад шума источника сигнала в } \overline{v_o^2}}. \quad (3.21)$$

На рис. 3.8 показана эквивалентная схема усилительного каскада, в которой e_n и i_i некоррелированы. Вводя

$$\overline{e_n^2} = 4kT_0 R_n \Delta f, \quad \overline{i_i^2} = 4kT_0 g_n \Delta f, \quad (3.22)$$

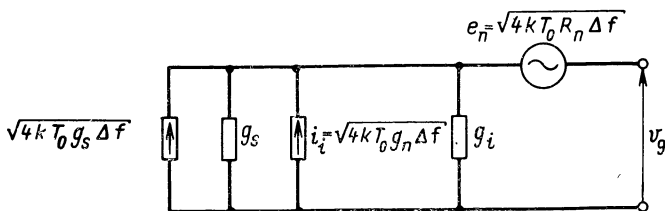


Рис. 3.8. Простой усилительный каскад, в котором источники шума e_n и i_i некоррелированы.

имеем

$$\overline{v_g^2} = \frac{4kT_0g_s\Delta f}{(g_s + g_i)^2} + \frac{4kT_0g_n\Delta f}{(g_s + g_i)^2} + 4kT_0R_n\Delta f. \quad (3.22a)$$

Из определения F (3.21) получаем

$$F - 1 = \frac{g_n}{g_s} + \frac{R_n(g_i + g_s)^2}{g_s} = 2R_ng_i + R_ng_s + \frac{g_n + R_ng_i^2}{g_s}. \quad (3.23)$$

Величина $F - 1$, рассматриваемая как функция g_s , имеет минимум

$$F_{\min} - 1 = 2R_ng_i + 2\sqrt{R_ng_n + R_n^2g_i^2} \quad (3.23a)$$

при
$$g_s = (g_s)_{\text{опт}} = \sqrt{g_i^2 + (g_n/R_n)}. \quad (3.23b)$$

Таким образом, зависимость коэффициента шума F от g_s представляет собой гиперболу, и минимальное значение F_{\min} может быть достигнуто подбором соответствующей связи источника и входной цепи.

В приведенных расчетах мы пренебрегли шумом сопротивления нагрузки на выходе каскада. В § 3.3 мы увидим, что в многокаскадных усилителях шум нагрузки всегда считается отнесенным к следующему каскаду.

Г. Шумовое сопротивление короткого замыкания. Шумовая проводимость холостого хода

В соответствии с (3.23) коэффициент шума усилительного каскада можно записать в виде

$$F = A + Bg_s + (C/g_s), \quad (3.24)$$

что справедливо для любых цепей с сосредоточенными постоянными (гл. 7). Так как B имеет размерность сопротивления, а C — размерность проводимости, запишем

$$B = R_{no}, \quad C = g_{no}, \quad (3.24a)$$

где R_{no} и g_{no} являются соответственно шумовым сопротивлением при коротком замыкании на входе и шумовой проводимостью при холостом ходе на входе. Тогда F принимает минимальное значение

$$F_{\min} = A + 2\sqrt{g_{no}R_{no}} \quad \text{при} \quad g_s = (g_s)_{\text{opt}} = \sqrt{g_{no}/R_{no}}. \quad (3.24б)$$

Величина F_{\min} является хорошей мерой шумовых свойств усилителя при промежуточных значениях g_s , R_{no} — хорошей мерой для больших величин g_s , и g_{no} — хорошей мерой для малых значений проводимости g_s . Это различие оказывается важным, когда проводимость источника должна удовлетворять некоторым ограничениям.

3.3. ФОРМУЛА ФРИИСА. ШУМОВОЕ ЧИСЛО

А. Формула Фрииса

После определения коэффициента шума одиночного каскада важно выяснить, как рассчитать коэффициент шума всего усилителя, если коэффициенты шума отдельных каскадов могут быть определены или уже известны. Решение этой задачи приводит к формуле Фрииса [26], для получения которой нужно сначала расчленить усилитель на отдельные каскады, причем межкаскадные цепи следует отнести ко входу следующего каскада, так как формула Фрииса справедлива лишь при этом условии.

Далее необходимо определить усиление каждого каскада. Предположим, что генератор тока i_s включен параллельно проводимости источника g_s . Тогда наибольшая мощность, которая может быть получена от источника, обычно называемая *располагаемой* и определяемая как мощность, передаваемая в согласованную на-

грузку, равна

$$P_{\text{расп}} = \frac{1}{4} \frac{\overline{i_s^2}}{g_s}. \quad (3.25)$$

Если i_s представляет тепловой шум источника, так что $\overline{i_s^2} = 4kT_0 g_s \Delta f$, то

$$P_{\text{расп}} = kT_0 \Delta f. \quad (3.25a)$$

Если усилитель без нагрузки имеет выходное напряжение холостого хода v_o и выходную проводимость $g_o > 0$, то располагаемая мощность P_o на выходе

$$P_o = \frac{1}{4} \overline{v_o^2} g_o. \quad (3.26)$$

Номинальный коэффициент усиления G_n теперь определяется как

$$G_n = \frac{P_o}{P_{\text{расп}}} = g_o g_s \frac{\overline{v_o^2}}{\overline{i_s^2}}. \quad (3.27)$$

При принятых допущениях и определениях справедлива следующая теорема.

Если несколько усилительных каскадов включены один за другим (каскадное соединение) и для заданной связи с источником и между каскадами коэффициенты шума отдельных каскадов равны соответственно F_1, F_2, F_3, \dots , а номинальные коэффициенты усиления равны $G_{n1}, G_{n2}, G_{n3}, \dots$, то коэффициент шума всего усилителя определяется формулой

$$F = 1 + F_1 - 1 + \frac{F_2 - 1}{G_{n1}} + \frac{F_3 - 1}{G_{n1} G_{n2}} + \dots \quad (3.28)$$

Это равенство известно под названием *формулы Фрииса*. Оно справедливо для локальных коэффициентов шума при условии, что каждый каскад имеет положительную выходную проводимость g_o .

Докажем справедливость этой формулы для двухкаскадного усилителя. Мы уже знаем, что располагаемая мощность теплового шума проводимости g при температуре T_0 равна $kT_0 \Delta f$. Следовательно, если 1-й каскад имеет номинальный коэффициент усиления G_{n1} и коэффициент шума F_1 , то его располагаемая выходная мощность шума равна $G_{n1} \cdot F_1 kT_0 \Delta f$.

Если g_o — выходная проводимость 1-го каскада, то его шум можно представить эквивалентным источником тока $\sqrt{G_{н1} \cdot F_1 \cdot 4kT_o g_o \Delta f}$, включенным параллельно g_o . Если 2-й каскад имеет коэффициент шума F_2 при заданном межкаскадном соединении, то его шум минус тепловой шум g_o может быть представлен источником тока $\sqrt{(F_2 - 1) \cdot 4kT_o g_o \Delta f}$, включенным параллельно g_o . Сумма шумов этих двух источников (сложение производится в квадратуре, так как шумы являются независимыми) должна быть равна $\sqrt{FG_{н1} \cdot 4kT_o g_o \Delta f}$, это доказывается путем представления шума обоих каскадов эквивалентным источником тока, включенным параллельно g_o . Следовательно,

$$FG_{н1} = F_1 G_{н1} + (F_2 - 1) \text{ или } F = 1 + (F_1 - 1) + \\ + (F_2 - 1)/G_{н1} \quad (3.28a)$$

в соответствии с формулой Фрииса. Таким же образом эта формула выводится и для большего числа ступеней.

Б. Шумовое число [23]

Иногда оказывается, что как коэффициент шума F_1 , так и номинальный коэффициент усиления $G_{н1}$ усиленного каскада близки к единице. В этом случае мы увидим, что величина

$$M = \frac{F_1 - 1}{1 - (1/G_{н1})} \quad (3.29)$$

оказывается хорошей мерой шумовых свойств такого каскада и называется *шумовым числом*.

Чтобы показать, как получается (3.29), заметим, что чем ближе номинальный коэффициент усиления каскада к единице, тем большее число каскадов необходимо. Очевидно, добавляя лишние каскады, мы также добавляем шум. Возникает вопрос: сколько? Для ответа соединим отдельные каскады таким образом, чтобы каждый имел один и тот же коэффициент шума F_1 и один и тот же номинальный коэффициент усиления $G_{н1}$. Тогда из (3.28) имеем

$$F = 1 + F_1 - 1 + \frac{F_1 - 1}{G_{н1}} + \frac{F_1 - 1}{G_{н1}^2} + \frac{F_1 - 1}{G_{н1}^3} + \dots,$$

что при большом числе каскадов стремится к

$$F = 1 + \frac{F_1 - 1}{1 - (1/G_{н1})} = 1 + M, \quad (3.29a)$$

так что M в самом деле оказывается хорошей мерой шума.

Часто $G_{н1}$ достаточно велико, так что $M \simeq F_1 - 1$. В таких случаях в шумовом числе нет необходимости. Однако, если $G_{н1} > 1$, но близко к единице, шумовое число представляет интерес. При $G_{н1} < 1$ каскад ослабляет сигнал и добавляет шум, так что лучше обходиться без него. Следовательно, шумовая мера имеет смысл только при $G_{н1} > 1$.

Шумовое число имеет следующее интересное свойство: если два каскада с шумовыми числами M_1 и M_2 включены один за другим, то наименьшее шумовое число M каскадного включения получается в том случае, если каскад с меньшим шумовым числом включен первым.

Пусть каскады имеют коэффициенты шума F_1 и F_2 , номинальные коэффициенты усиления $G_{н1}$ и $G_{н2}$ и шумовые числа M_1 и M_2 . Тогда коэффициенты шума двух комбинаций этих усилителей можно обозначить F_{12} (сначала первый, затем второй) и F_{21} (сначала второй, затем первый). Потребуем теперь, чтобы выполнялось неравенство

$$F_{12} < F_{21} \text{ или } (F_1 - 1) + \frac{(F_2 - 1)}{G_{н1}} < (F_2 - 1) + \frac{(F_1 - 1)}{G_{н2}}.$$

Из последнего следует

$$(F_1 - 1) \left(1 - \frac{1}{G_{н2}} \right) < (F_2 - 1) \left(1 - \frac{1}{G_{н1}} \right),$$

так что из $F_{12} < F_{21}$ в самом деле следует $M_1 < M_2$, что и требовалось доказать.

В. Пример, в котором формула Фрииса бесполезна

Рассмотрим двухкаскадный усилитель. Если выходная проводимость g_o 1-го каскада равна нулю, то его номинальный коэффициент усиления бесконечно велик, но также велик коэффициент шума F_2 2-го каскада.

Чтобы оценить коэффициент шума F всего усилителя необходимо вычислить предел $\lim_{g_o \rightarrow 0} [(F_2 - 1)/G_{н1}]$, но вме-

сто этого воспользуемся более простым подходом и рассчитаем коэффициент шума F непосредственно.

Как видно из рис. 3.9, 2-й каскад дает вклад в $\overline{v_g^2}$, равный

$$\frac{4kT_0 g_n \Delta f + 4kT_0 g_L \Delta f}{(g_i + g_L)^2} + 4kT_0 R_n \Delta f. \quad (3.30)$$

Шумовое напряжение v_g на входе 1-го каскада дает следующий вклад в $\overline{v_g^2}$:

$$\frac{g_m^2}{(g_i + g_L)^2} \overline{v_g^2}. \quad (3.31)$$

Следовательно, шум 2-го каскада можно представить при помощи э. д. с. $\sqrt{\overline{v_{\text{вх}}^2}}$, включенной последовательно со входом 1-го каскада, где

$$\begin{aligned} \overline{v_{\text{вх}}^2} &= 4kT_0 \Delta f \left[\frac{g_n + g_L}{(g_i + g_L)^2} + R_n \right] \times \\ &\times \frac{(g_i + g_L)^2}{g_m^2} = 4kT_0 \Delta f R'_n \end{aligned} \quad (3.32)$$

или

$$R'_n = [g_n + g_L + R_n(g_i + g_L)^2] / g_m^2. \quad (3.32a)$$

Таким образом, мы можем использовать теорию, развитую в § 3.2, при условии, что шумовое сопротивление R_n 1-го каскада заменено на

$$R''_n = R_n + R'_n = R_n + \frac{g_n + g_L}{g_m^2} + R_n \frac{(g_i + g_L)^2}{g_m^2}. \quad (3.33)$$

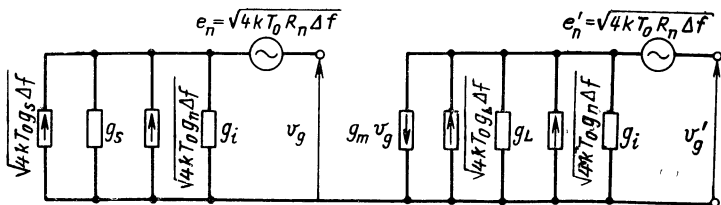


Рис. 3.9. Пример двухкаскадного усилителя, для которого формула Фрииса бесполезна.

Здесь первый член характеризует вклад первого прибора, второй член — вклад межкаскадной цепи и третий член — вклад второго прибора. Подставляя (3.33) в (3.23), можно вычислить влияние 2-го каскада на коэффициент шума F .

3.4. КОЭФФИЦИЕНТ ШУМА УСИЛИТЕЛЕЙ НА ПРИБОРАХ С ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ ПРОВОДИМОСТЬЮ

Формула Фрииса была выведена в предположении, что выходная проводимость каждого каскада является положительной. Существует, однако, несколько случаев, когда выходная проводимость каскада может быть отрицательной; один из наиболее известных примеров — это усилитель на туннельном диоде. В таком случае необходимо более детальное рассмотрение. В настоящее время существуют два подхода к этой задаче.

1. Распространение понятий коэффициента шума и номинального коэффициента усиления таким образом, чтобы формула Фрииса могла быть обобщена на эти случаи. Этот метод был использован Хаусом и Адлером [23], и будет кратко здесь обсужден.

2. Решение тех задач, для которых это важно, непосредственно с использованием эквивалентной схемы. Этот подход будет развит в нескольких примерах.

А. Обменная мощность, обобщенный коэффициент усиления и коэффициент шума

Располагаемая мощность $P_{\text{расп}}$ источника сигнала, состоящего из генератора тока с комплексной амплитудой i_s , который включен параллельно проводимости Y_s , имеющей положительную вещественную часть g_s , определяется как мощность, *передаваемая* в согласованную нагрузку Y_s^* , где звездочкой отмечена величина, комплексно-сопряженная с Y_s :

$$P_{\text{расп}} = \frac{1}{8} \frac{i_s i_s^*}{g_s}. \quad (3.34)$$

Если $g_s < 0$, то мы определяем обменную мощность соотношением

$$P_{\text{об}} = \frac{1}{8} \frac{i_s i_s^*}{g_s}. \quad (3.34a)$$

Она отрицательна, и ее величина представляет мощность, *получаемую* из согласованной нагрузки Y_s^* . Отсюда следует, что термин «обменная мощность» является обобщением понятия располагаемой мощности.

Номинальный коэффициент усиления по мощности G_H для усилителей с положительной выходной проводимостью g_o и с источником, имеющим положительную проводимость g_s , определяется соотношением

$$G_H = (P_{\text{расп}})_{\text{вых}} / P_{\text{расп}}. \quad (3.35)$$

Если опять входной источник состоит из генератора тока i_s , включенного параллельно проводимости источника $Y_s = g_s + j b_s$, а выход может быть представлен генератором тока i_o с выходной проводимостью $Y_o = g_o + j b_o$, то

$$G_H = g_s i_o i_o^* / g_o i_s i_s^*. \quad (3.35a)$$

Если проводимость g_s или g_o отрицательна, то правая часть равенства (3.35a) определяет *обобщенный коэффициент усиления* $G_{об}$:

$$G_{об} = \frac{(P_{об})_{\text{вых}}}{(P_{об})_{\text{вх}}} = \frac{g_s}{g_o} \frac{i_o i_o^*}{i_s i_s^*}. \quad (3.35b)$$

Теперь необходимо определить *обменную мощность теплового шума* $P_{N об}$ источника сигнала с температурой T_0 . Для источника с отрицательной проводимостью g_s при температуре T_0 найдем формально шум при помощи генератора тока короткого замыкания $\sqrt{\overline{i_{ns}^2}}$, где

$$\overline{i_{ns}^2} = 4kT_0 |g_s| \Delta f. \quad (3.36)$$

Это является логическим развитием теоремы Найквиста. Следовательно, обменная мощность шума этого источника равна

$$P_{N об} = \overline{i_s^2} / 4g_s = -kT_0 \Delta f. \quad (3.36a)$$

Для источника с положительной внутренней проводимостью располагаемая мощность шума $P_{N \text{ расп}} = kT_0 \Delta f$. То, что величины $P_{N \text{ расп}}$ и $P_{N об}$ имеют различные знаки в случаях $g_s > 0$ и $g_s < 0$, является недостатком описанного подхода и вызывает неудобство при обобщении формулы Фрииса.

Коэффициент шума для $g_s > 0$ и $g_o > 0$ может быть определен формулой

$$F = 1 + \frac{(P_{N_{расп}})_{вых, вызванная только цепью}}{(P_{N_{расп}})_{вых, вызванная только источником}}, \quad (3.37)$$

и следовательно, для случая произвольных g_s и g_o было бы логичным определить *обобщенный коэффициент шума* $F_{об}$ выражением

$$F_{об} = 1 + \frac{(P_{N_{об}})_{вых, вызванная только цепью}}{(P_{N_{об}})_{вых, вызванная только источником}}. \quad (3.37a)$$

Но в этом случае второй член оказывается всегда положительным, и тогда формула Фрииса несправедлива при $g_o < 0$ в 1-м каскаде.

Чтобы обойти эту сложность, Хаус и Адлер предложили следующее определение обобщенного коэффициента шума:

$$F_{об} = 1 + \frac{(P_{N_{об}})_{вых, вызванная только цепью}}{G_{об} k T_o \Delta f}, \quad (3.37б)$$

что соответствует исключению знака минус в (3.36а).

Теперь мы видим, что при таком определении как для $g_s > 0$, так и для $g_o < 0$, величины $G_{об}$ и $(P_{N_{об}})_{вых}$ являются отрицательными, поэтому $(F_{об} - 1) > 0$. Но для $g_s < 0$ и $g_o > 0$ $G_{об}$ — отрицательна, а $(P_{N_{об}})_{вых}$ — положительна, так что $F_{об} - 1$ отрицательно. Таким образом, для двухкаскадного усилителя, в котором выходная проводимость g_o 1-го каскада отрицательна:

$$F = 1 + (F_{об})_1 - 1 + [(F_{об})_2 - 1] / (G_{об})_1, \quad (3.38)$$

следовательно, формула Фрииса оказывается справедливой для этого случая. Доказательство подобно приведенному для выражения (3.28а).

Б. Шум усилительного каскада на туннельном диоде

На рис. 3.10 показана эквивалентная схема усилительного каскада на туннельном диоде, который имеет отрицательную проводимость ($-g_d$) и ток которого создает дробовой шум (см. п. А § 6.1). Как обычно, предполагается, что проводимость нагрузки является частью следующего каскада. Допустим, что $g_s > g_d$, так что схема устойчива для всех положительных значений g_L .

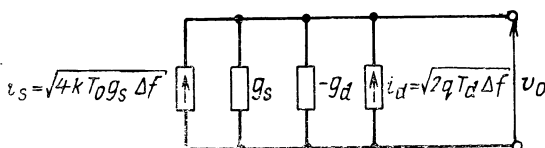


Рис. 3.10. Усилительный каскад на туннельном диоде.

Как видно непосредственно из рис. 3.10 и из определения (3.21),

$$\overline{v_o^2} = (4kT_0 g_s \Delta f + 2qI_d \Delta f) / (g_s - g_d)^2, \quad (3.39)$$

так что коэффициент шума F этого усилительного каскада равен

$$F = 1 + \frac{q}{2kT_0} \frac{I_d}{g_s}. \quad (3.39a)$$

То же самое выражение могло быть получено из (3.37б), но ценой больших усилий.

На первый взгляд может показаться, что коэффициент шума F можно сделать сколь угодно близким к единице, выбирая g_s достаточно большим. Но оказывается, что номинальный коэффициент усиления также становится сколь угодно близким к единице, и, следовательно, необходимо определять *шумовое число*, чтобы решить, является ли схема полезной.

Поскольку $g_s > g_d$, выходная проводимость каскада положительна и, следовательно, номинальный коэффициент усиления существует.

Обращаясь снова к рис. 3.10, мы видим, что источник имеет располагаемую мощность теплового шума $(1/4)\overline{i_s^2}/g_s$, а источник плюс нагрузка имеют располагаемую мощность теплового шума $1/4 \overline{i_s^2}/(g_s - g_d)$, так что

$$G_H = g_s / (g_s - g_d). \quad (3.40)$$

Следовательно, шумовое число равно

$$M = \frac{F - 1}{1 - (1/G_H)} = \frac{q}{2kT_0} \frac{I_d}{g_d}. \quad (3.41)$$

Таким образом, увеличение g_s не дает никакого выигрыша. С другой стороны, если g_s приближается

к g_d , F стремится к величине

$$F_{\infty} = 1 + M = 1 + \frac{q}{2kT_0} \cdot \frac{I_d}{g_d} \quad (3.41a)$$

и номинальный коэффициент усиления становится бесконечно большим. Для хороших туннельных диодов это приводит к коэффициентам шума около 3 дБ при вполне приемлемых коэффициентах усиления в нижней части сантиметрового диапазона волн, что весьма хорошо. Туннельные диоды, таким образом, дают простую возможность получения усиления с низким уровнем шума в сантиметровом диапазоне. Практически в таких усилителях на туннельных диодах часто используются циркуляторы (ср. § 7.1), но это мало сказывается на результатах.

Если $g_s < g_d$, усилитель на туннельном диоде имеет отрицательную выходную проводимость, что можно использовать для исключения части входной проводимости g_i следующего каскада. Для обеспечения устойчивости необходимо потребовать выполнения неравенства $g_s - g_d + g_i > 0$. Мы увидим, что такая схема может давать некоторые выгоды.

В. Усилительный каскад на туннельном диоде, связанный с другим усилительным каскадом

На рис. 3.11 показан каскад на туннельном диоде, связанный с другим усилительным каскадом при помощи трансформатора без потерь с коэффициентом транс-

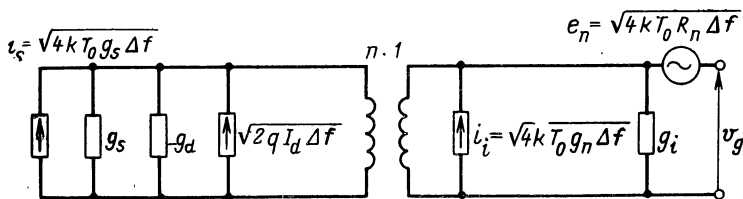


Рис. 3.11. Усилительный каскад на туннельном диоде, связанный со следующим усилительным каскадом.

формации n . Предполагается, что источники шума i_i и e_n усилительного каскада независимы. Кроме того, 2-й каскад имеет большее шумовое число, чем усилительный каскад на туннельном диоде. Сначала примем $g_s > g_d$.

Легко видеть, что

$$\overline{v_g^2} = \frac{n^2 \overline{i_s^2} + n^2 \overline{i_d^2} + \overline{i_i^2}}{[n^2(g_s - g_d) + g_i]^2} + \overline{e_n^2}. \quad (3.42)$$

Подставляя сюда $\overline{i_s^2} = 4kT_0 g_s \Delta f$, $\overline{i_d^2} = 2qI_d \Delta f$, $\overline{i_i^2} = 4kT_0 g_n \Delta f$ и $\overline{e_n^2} = 4kT_0 R_n \Delta f$, в соответствии с (3.21) имеем

$$F = 1 + \frac{qI_d}{2kT_0 g_s} + \frac{g_n}{n^2 g_s} + \frac{R_n [n^2 (g_s - g_d) + g_i]^2}{n^2 g_s} = \\ = 1 + \frac{qI_d}{2kT_0 g_s} + \frac{(g_s - g_d)}{g_s} \left[\frac{g_n + R_n [n^2 (g_s - g_d) + g_i]^2}{n^2 (g_s - g_d)} \right]. \quad (3.43)$$

Поскольку $G_n = g_s / (g_s - g_d)$, соотношение (3.43) соответствует формуле Фрииса.

Выберем n^2 так, чтобы выражение в квадратных скобках стало минимальным, что выполняется при

$$n^2 (g_s - g_d) = \sqrt{g_i^2 + g_n / R_n}. \quad (3.44)$$

Тогда

$$F_{\min} = 1 + \frac{qI_d}{2kT_0 g_s} + \frac{(g_s - g_d)}{g_s} [2R_n g_i + \\ + 2 \sqrt{R_n g_n + R_n^2 g_i^2}]. \quad (3.45)$$

Наилучший результат получается при $g_s \rightarrow g_d$, так как в этом случае $F_{\min} \rightarrow F_{\infty}$, обсужденной ранее.

Поскольку $g_s \rightarrow g_d$ требует выполнения $n^2 \rightarrow \infty$, и невозможно сделать трансформаторы без потерь с бесконечным коэффициентом трансформации, этот результат не может быть достигнут, хотя, выбирая g_s достаточно близким к g_d , можно подойти к нему весьма близко.

Первая половина равенства (3.43) остается верной, если $g_s < g_d$. Заметим теперь, что последние два члена в этом выражении всегда положительны и, следовательно,

$$F > 1 + \frac{q}{2kT_0} \frac{I_d}{g_d} = F_{\infty}, \quad (3.46)$$

так что не имеет смысла делать $g_s < g_d$ в этом случае. Более того, необходимо всегда обеспечивать выполнение условия устойчивости

$$n^2 (g_s - g_d) + g_i \geq 0. \quad (3.46a)$$

Г. Туннельный диод, используемый для понижения входной проводимости усилителя

Если входная проводимость g_i усилителя достаточно велика, то ее можно компенсировать при помощи туннельного диода. Мы увидим, что коэффициент шума туннельного диода F_∞ снова может быть достигнут при определенных условиях.

Рассматриваемая схема показана на рис. 3.12; чтобы сделать ее более гибкой, туннельный диод (проводимости

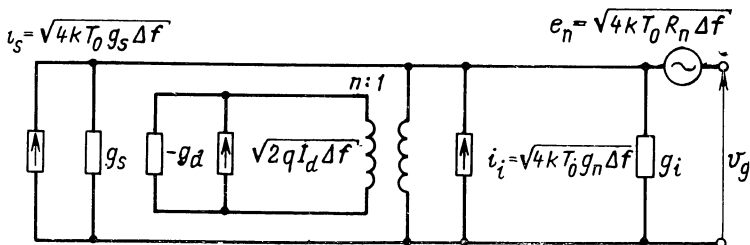


Рис. 3.12. Туннельный диод, используемый для уменьшения входной проводимости усилительного каскада.

мость — g_d , ток I_d) подключен ко входу усилителя через трансформатор без потерь с коэффициентом трансформации n . Снова предполагается, что источники шума i_i и e_n независимы.

Вводя те же самые параметры, что и в предыдущем случае, и используя такой же подход, как прежде, находим

$$F = 1 + \frac{(n^2 q I_d / 2kT_0) + g_n}{g_s} + \frac{R_n}{g_s} (g_s - n^2 g_d + g_i)^2. \quad (3.47)$$

Эта величина, рассматриваемая как функция g_s , имеет минимум

$$F_{\min} = 1 - 2R_n(n^2 g_d - g_i) + 2 \sqrt{\left(\frac{n^2 q I_d}{2kT_0} + g_n\right) R_n + R_n^2 (n^2 g_d - g_i)^2} \quad (3.48)$$

при

$$g_s = (g_s)_{\text{опт}} = \sqrt{(n^2 g_d - g_i)^2 + [n^2 q I_d / (2kT_0) + g_n] / R_n}. \quad (3.48a)$$

Так как последний член под знаком квадратного корня положителен, $g_s > n^2 g_d + g_i$ и значит $g_s - n^2 g_d + g_i > 0$; таким образом, для данной g_s схема устойчива,

Теперь выберем n настолько большим, что

$$R_n^2 (n^2 g_d - g_i)^2 \gg \left(\frac{n^2 q I_d}{2kT_0} + g_n \right) R. \quad (3.49)$$

Разложение выражения, стоящего под знаком квадратного корня в (3.48), в ряд Тейлора дает

$$F_{\text{онт}} = 1 + \frac{(n^2 q I_d / 2kT_0) + g_n}{n^2 g_d - g_i} \approx 1 + \frac{q}{2kT_0} \frac{I_d}{g_d} = F_{\infty}, \quad (3.50)$$

поскольку $n^2 q I_d / 2kT_0 \gg g_n$ и $n^2 g_d \gg g_i$, если n достаточно велико.

Мы также могли бы рассчитать коэффициент шума F при помощи (3.38), но только с большим трудом.

4

ИЗМЕРЕНИЯ ШУМА [10, 22, 24, 25, 31]

4.1. ИСТОЧНИКИ ШУМА [10]

А. Тепловые источники шума

В соответствии с теоремой Найквиста э. д. с. сопротивления R , имеющего температуру T , в узком интервале частот Δf равна $\sqrt{4kTR\Delta f}$. Таким образом, резистор может быть использован как стандартный источник шума. Шумовая э. д. с. может регулироваться изменением либо сопротивления R , либо температуры T . Обычно первый способ является самым простым.

Располагаемая мощность шума сопротивления R при температуре T в небольшом интервале частот Δf определяется выражением

$$P_{\text{расп}} = kT\Delta f. \quad (4.1)$$

Ее можно регулировать, меняя температуру T сопротивления.

Если к линии с волновым сопротивлением Z_0 подключить сопротивление, нагретое до высокой температуры T , то располагаемая шумовая мощность kT на единицу по-

лосы частот будет передана в линию. (Такие стандартные тепловые источники шума производятся промышленностью.) Имея подобный источник шума, можно менять шумовую мощность либо с помощью изменения температуры T , либо с помощью аттенюатора, помещаемого между источником и линией (рис. 4.1). Пусть источник шума представляет собой сопротивление R , находящееся при температуре T_1 и согласованное с аттенюатором. Если обозначить через L коэффициент передачи аттенюатора по мощности, то вклад источника шума в располагаемую шумовую мощность на выходе аттенюатора составит $LkT_1\Delta f$.

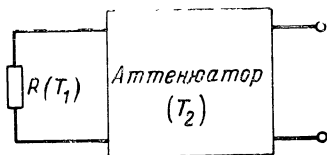


Рис. 4.1. Резистор с температурой T_1 , включенный последовательно с аттенюатором, имеющим температуру T_2 .

Однако аттенюатор и сам генерирует тепловой шум. Если температура аттенюатора также равна T_1 , то общая располагаемая шумовая мощность равна, как и ранее, $kT_1\Delta f$, так что вклад аттенюатора в располагаемую шумовую мощность на выходе должен составлять $(1-L)kT_1\Delta f$. Если же температура сопротивления источника R поддерживается равной T_1 , а температура аттенюатора равна T_2 , то

$$P_{\text{расп}} = LkT_1\Delta f + (1-L)kT_2\Delta f. \quad (4.2)$$

Таким образом, $P_{\text{расп}}$ может варьироваться между $kT_1\Delta f$ и $kT_2\Delta f$ изменением коэффициента передачи аттенюатора.

Этот результат носит общий характер, так как всегда можно приписать эквивалентную шумовую температуру $T_{\text{экв}}$ произвольному источнику шума. Если стандартный источник шума обеспечивает в узком интервале частот Δf располагаемую шумовую мощность $P_{\text{расп}}$, тогда его эквивалентная шумовая температура $T_{\text{экв}}$ может быть определена из соотношения

$$P_{\text{расп.с}} = kT_{\text{экв.с}}\Delta f. \quad (4.3)$$

Следовательно, если источник согласован с аттенюатором, имеющим температуру $T_{\text{ат}}$ и коэффициент передачи по мощности L , то располагаемая шумовая мощ-

ность всей цепи равна

$$P_{\text{расп}} = LkT_{\text{эКВ}}\Delta f + (1 - L)kT_{\text{ат}}\Delta f = kT_{\text{эКВ}}\Delta f, \quad (4.4)$$

так что эквивалентная шумовая температура $T_{\text{эКВ}}$ составляет

$$T_{\text{эКВ}} = LT_{\text{эКВ}} + (1 - L)T_{\text{ат}} \quad (4.4a)$$

и при изменении L может принимать любое значение между $T_{\text{эКВ}}$ (для $L=1$) и $T_{\text{ат}}$ (для $L=0$).

Б. Шумовые диоды

Известно, что источник шума вакуумного диода, работающего в режиме насыщения при анодном токе I_d , может быть представлен в узком интервале частот Δf в виде генератора тока $\sqrt{\dot{i}^2}$, включенного параллельно диоду, где

$$\dot{i}^2 = 2qI_d\Delta f, \quad (4.5)$$

а q — абсолютная величина заряда электрона. Изменяя анодный ток I_d , можно регулировать уровень шума в широких пределах.

В шумовом диоде имеется три источника погрешности.

Влияние времени пролета электронов. На очень высоких частотах шум, генерируемый диодом, уменьшается из-за влияния времени пролета электронов. Однако на частотах ниже 300 Мгц данная погрешность относительно мала, и ею можно пренебречь. Это очень существенно для диодов с коаксиальными выводами, работающих в диапазоне сверхвысоких частот.

Влияние последовательного резонанса. Наличие у диода индуктивностей выводов и собственной емкости

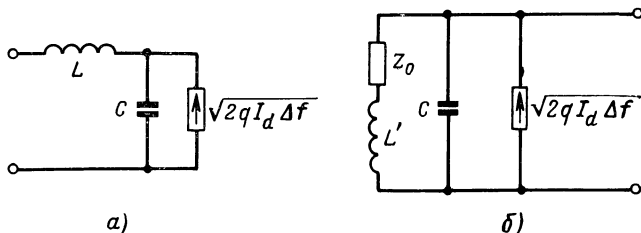


Рис. 4.2. Эквивалентные схемы шумового диода:

а — высокочастотная; б — широкополосного источника шума, согласованного с линией передачи.

ведет к тому, что шумовой ток короткого замыкания на внешних зажимах диода отличается от тока идеального шумового источника $\sqrt{2qI_d\Delta f}$.

Из эквивалентной схемы диода (рис. 4.2) видно, что шумовой ток короткого замыкания на внешних зажимах равен $\sqrt{2qI_d\Delta f/(1-\omega^2LC)^2}$. Следовательно, на высоких частотах диод, работающий в режиме насыщения при токе I_d , эквивалентен шумовому диоду с анодным током I'_d , где

$$I'_d = \frac{I_d}{(1-\omega^2LC)^2} = \frac{I_d}{[1-(f/f_0)^2]^2}, \quad (4.6)$$

а f_0 — частота последовательного резонанса, определяемая соотношением

$$(2\pi f_0)^2 LC = 1. \quad (4.6a)$$

Для $L=10^{-8}$ гн и $C=2$ пф резонансная частота равна 1200 Мгц, и ошибка на 300 Мгц составляет около 14%. Так как ошибка быстро увеличивается с ростом частоты, следует добиваться возможно меньших значений индуктивностей выводов. В диоде K81A фирмы Philips (Amperex) это достигнуто использованием нескольких коротких выводов как для анода, так и для одного из концов нити накала. При тщательном конструировании диода и всего устройства шумовые диоды могут использоваться без существенных погрешностей вплоть до частоты порядка 400 Мгц, начиная с которой усилительные каскады уже нельзя считать цепями с сосредоточенными постоянными.

Фликкер-эффект. На частотах ниже нескольких сотен герц шум диода начинает увеличиваться с понижением частоты. Это приращение, которое называется *фликкер-шумом*, пропорционально *квадрату* тока, тогда как дробовой шум пропорционален току в *первой* степени. Следовательно, с помощью графика выходной мощности шума диода как функции его тока легко проверить, источником какого шума является шумовой диод: дробового или фликкер-шума, и таким образом определить нижнюю границу его частотного диапазона.

Во многих случаях желателен широкополосный источник шума, подсоединенный к линии передачи или кабелю. Этого можно достичь, нагружая кабель на импеданс, равный его волновому сопротивлению Z_0 , и

подключая к другому концу диод, работающий в режиме насыщения (рис. 4.2,б). Если температура источника поддерживается равной эталонной (опорной) температуре T_0 , то располагаемая шумовая мощность в узком интервале частот Δf равна

$$P_{\text{расп}} = kT_0\Delta f + 0,5qI_dZ_0\Delta f \quad (4.7)$$

и может регулироваться в широких пределах изменением тока I_d .

На высоких частотах собственная емкость диода увеличивает рассогласование на диодном конце кабеля, и это служит причиной погрешностей при измерении коэффициента шума, когда кабель не согласован со входом. Вычисления [10] показывают, что для $\omega CZ_0 \leq 0,25$ максимальная ошибка не должна превышать ± 1 дб. Для $C = 2$ пф и $Z_0 = 300$ ом это соответствует частоте 70 Мгц.

Ошибка может быть уменьшена, если последовательно с сопротивлением кабеля Z_0 подключить небольшую индуктивность $L' = 0,5CZ_0^2$ (параллельная коррекция). Это расширяет область рабочих частот приблизительно в два раза. При $C = 2$ пф и $Z_0 = 300$ ом получим $L' = 0,1$ мкгн.

Другой способ уменьшения рассогласования состоит в использовании симметричного диодного шумового генератора с балансным включением. Это расширяет рабочую область частот шумового диода в два раза, так как ровно вдвое снижается емкость, шунтирующая линию.

Посредством двух симметрично расположенных индуктивностей $L' = 0,125CZ_0^2$, включенных последовательно с Z_0 , можно расширить рабочий диапазон шумового диода еще в два раза (параллельная коррекция). Следует, конечно, иметь в виду, что рабочий диапазон такого широкополосного шумового диода может быть увеличен выбором кабеля с меньшим волновым сопротивлением Z_0 . Однако рано или поздно мы приходим к частотам, на которых становится существенным приближение к последовательному резонансу. Поэтому данный метод не приносит особой пользы на частотах выше 300—400 Мгц.

На более высоких частотах можно использовать диоды коаксиальной конструкции. Пусть диод имеет катод радиусом r_c и анод радиусом r_a . Тогда волновое сопротивление диода равно

$$Z_0 = 138 \lg (r_a/r_c) \text{ [ом]}. \quad (4.8)$$

Один конец диода коаксиальной конструкции согласовывается с линией передачи, а другой нагружается на импеданс, равный волновому сопротивлению Z_0 . Располагаемая шумовая мощность при протекании через диод тока I_d равна

$$P_{\text{распд}} = \frac{1}{4} (2qI_d F_t^2 \Delta f) Z_0 H, \quad (4.9)$$

где F_t^2 — коэффициент, учитывающий влияние времени пролета, вычисленный Шпенке [27], и H — коэффициент ослабления, обусловленный последовательным сопротивлением нити накала. Анализ [10] показывает, что

$$H = [1 - \exp(-\alpha L_0)] / \alpha L_0, \quad (4.9a)$$

где α — коэффициент поглощения мощности в коаксиальном диоде, а L_0 — его длина. Наконец, коэффициент $1/4$ отражает то обстоятельство, что в линию поступает только половина шумового тока, поскольку другая половина замыкается через оконечное устройство.

Нагретая нить накала генерирует тепловой шум, который также необходимо учитывать. Следовательно, используя (4.2) и принимая во внимание коэффициент потерь $L = \exp(-\alpha L_0)$, приходим к выражению

$$P_{\text{распд}} = kT_0 \Delta f \exp(-\alpha L_0) + kT_f \Delta f [1 - \exp(-\alpha L_0)], \quad (4.10)$$

где T_f — температура нити накала. Таким образом, полная мощность шума составляет $P_{\text{распд}} + P_{\text{распт}}$.

В. Газоразрядные источники шума

Плазма, образующаяся при газовом разряде, ведет себя как проводник электричества, нагретый до высокой температуры (в положительном столбе разряда $T_e \approx 10\,000$ — $30\,000$ °К). Поэтому разряд в газе общеизвестен как источник шума, обладающий повышенной эквивалентной температурой.

Удобная конструкция такого источника шума показана на рис. 4.3,а. Газоразрядная трубка монтируется в волноводе, в котором возбуждается волна типа TE_{01} . Вектор электрического поля составляет угол $\varphi \approx 80^\circ$ с осью трубки. Это обусловлено тремя соображениями. Во-первых, разряд сопровождается небольшим количест-

вом избыточного ¹⁾ шума. Если $\overline{i^2}$ — избыточный шумовой ток разряда, его компонента в направлении вектора электрического поля имеет средний квадрат, равный $\overline{i^2} \cos^2 \varphi$. Эта компонента очень мала, если угол φ близок к 90° . Во-вторых, не совсем правильно предполагать, что проводимость вдоль оси создает тепловой шум с электронной температурой T_e . Скорее уже именно проводи-

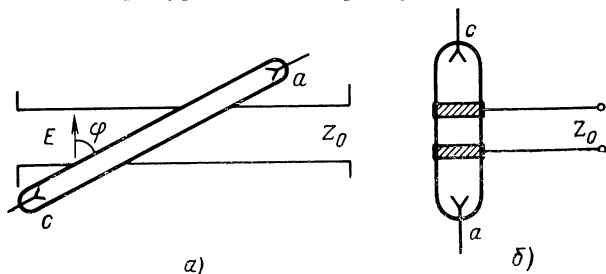


Рис. 4.3. Газоразрядный источник шума в волноводе (а) и в двухпроводной линии на более низких частотах (б).

мость, перпендикулярная оси трубки, обладает таким свойством (см. § 5.1). В-третьих, источник шума всегда надлежащим образом согласован с волноводом.

Для хорошей работы источника шума можно посоветовать нагрузить один конец волновода на его волновое сопротивление Z_0 . Такая конструкция обеспечивает почти идеальное согласование в широком диапазоне рабочих условий. Так как коэффициент передачи L такого газоразрядного источника близок к единице, из (4.2) следует, что располагаемая мощность шума равна

$$P_{\text{расп}} = kT_e \Delta f. \quad (4.11)$$

Главное достоинство данного источника шума состоит в том, что T_e , а следовательно, и $P_{\text{расп}}$ практически не зависит от рабочих условий. После того как источник шума прокалиброван, он сохраняет свои свойства в течение длительного времени. Кроме того, располагаемая мощность изменяется очень мало от одного экземпляра трубки к другому.

Другая конструкция, полезная на более низких частотах, показана на рис. 4.3, б. Здесь газоразрядная трубка снабжена двумя внешними кольцевыми зондами, кото-

¹⁾ Здесь имеется в виду дробовой шум. (Прим. перев.)

рые подсоединены к линии передачи с волновым сопротивлением Z_0 . Такая конструкция симметрична, но равно возможны и асимметричные варианты. Для большего удобства весьма желательно согласовать трубку с линией передачи в широкой полосе частот. Частично это может быть достигнуто подбором разрядного тока.

В последнем случае не очевидно, что шумовая температура разряда равна электронной температуре, так как вектор электрического поля ориентирован здесь в основном вдоль оси трубки. Поэтому прежде чем использовать источник шума, целесообразно его прокалибровать. При сохранении широкополосного согласования свойства источника остаются практически постоянными.

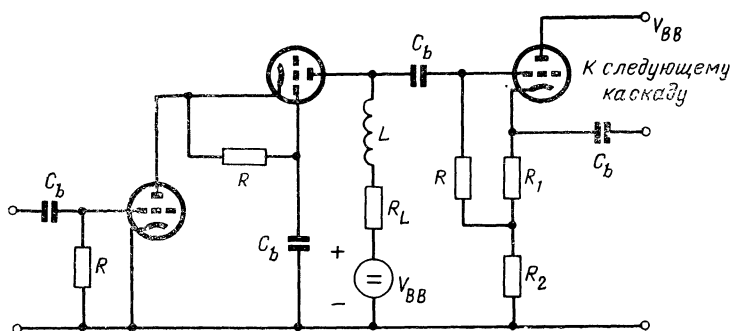
4.2. УСИЛИТЕЛИ И ДЕТЕКТОРЫ

А. Предварительный усилитель

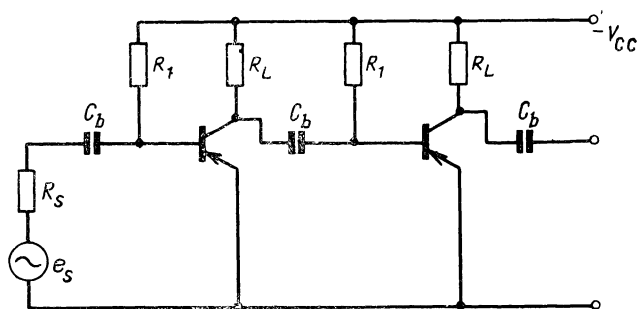
Желательно, чтобы предварительный усилитель был широкополосным и малошумящим. Обсудим эти требования более детально.

Простой широкополосный усилитель, пригодный для частот вплоть до 50 Мгц (рис. 4.4,а), состоит из каскодной ступени и катодного повторителя. В нашем примере использованы вакуумные лампы, однако с тем же успехом можно применить и полевые транзисторы (ПТ). Последние, известные под названием полевых тетродов, имеют то же преимущество, что и каскодные ступени, и уже освоены промышленностью. Для расширения полосы пропускания в цепях межкаскадной связи используется параллельная коррекция. Лучше всего применять в таком усилителе нувисторы и полевые транзисторы с высокой крутизной g_m . Для достижения более высокого коэффициента усиления имеет смысл включать две таких ступени последовательно.

Устройство имеет низкое эквивалентное шумовое сопротивление: порядка $2,5/g_m$ для триодов и около $0,7/g_m$ для ПТ, где g_m —крутизна. Включая несколько каскадов параллельно, можно еще более снизить эквивалентное шумовое сопротивление. Ограничением здесь является рост входной емкости и увеличение наведенного сеточ-



а)



б)

Рис. 4.4. Малошумящие усилители:

а — широкополосный на вакуумных лампах (могут быть заменены полевыми транзисторами); б — транзисторный, имеющий небольшое шумовое сопротивление при работе от низкоомного источника сигнала.

ного шума (или наведенного шума затвора). Без особого труда достигается пятикратный выигрыш, так что на частотах выше 10 кГц возможна реализация шумовых сопротивлений порядка 40 ом.

На высокочастотной границе полосы пропускания наблюдается некоторое ухудшение параметров из-за наведенного сеточного шума в триодах или наведенного шума затвора в ПТ, так как наведенный шум изменяется пропорционально квадрату частоты. Создается впечатление, что не так-то просто обеспечить дальнейшее улучшение параметров вакуумных триодов с высокой крутизной g_m . В то же время положение с ПТ более обнадеживающее, так как можно использовать полевые

транзисторы с более короткими каналами и, следовательно, с меньшими значениями емкости затвор — исток C_{gs} . Наведенный шум затвора в этих приборах пропорционален $\omega^2 C_{gs}^2$ (гл. 5), так что решительное уменьшение C_{gs} может обеспечить значительное улучшение параметров.

Можно было бы полагать, что биполярные транзисторы здесь также применимы. К сожалению, им свойственен базовый ток, с которым связан шум базы. Это обстоятельство приводит к точно такому же нежелательному эффекту, как и наведенный шум сетки или затвора, хотя частотные зависимости и разные. Тем не менее, если использовать $p-n-p$ транзисторы с очень большим коэффициентом усиления по току h_{FE} и с очень низким сопротивлением базы r_b , то при низкоомном входном источнике такая схема (рис. 4.4,б) была бы весьма привлекательной. На частотах выше 1 кГц достижимы эквивалентные шумовые сопротивления меньше 100 ом. Соответственно, включая десять таких транзисторов параллельно, можно получить эквивалентное шумовое сопротивление всего лишь в 10 ом. Недостатком, как и ранее, является большая входная емкость, вызванная обратной связью (Miller effect). К тому же эта обратная связь через емкость коллектор — база затрудняет ряд шумовых измерений (п. А § 4.3). И все же во многих случаях схема на рис. 4.4,б представляет интерес.

На низких частотах во всех схемах наблюдается увеличение эквивалентного шумового сопротивления из-за влияния фликкер-эффекта, так как последний характеризуется шумовым спектром вида $1/f$. Тщательно отобранные вакуумные лампы и полевые транзисторы обладают несколько меньшими шумовыми сопротивлениями. Однако специально отобранные $p-n-p$ транзисторы с большим коэффициентом усиления по току h_{FE} превосходят все другие приборы. Поэтому схема на рис. 4.4,б может быть особенно полезной на низких частотах.

В диапазоне СВЧ часто желательно развязать исследуемый усилительный каскад от предварительного усилителя для облегчения настройки и согласования. Это может быть сделано с помощью циркулятора. По тем же соображениям и точно таким же образом предварительный усилитель может быть изолирован от смесителя.

Б. Основной усилитель

Основной усилитель должен удовлетворять следующим условиям: иметь высокую линейность, содержать ступенчатые и плавные перестраиваемые аттенюаторы, включать гетеродин смесителя с достаточно высокой стабильностью частоты.

Наилучший способ проверки линейности усилителя заключается в том, чтобы подключить вход к шумовому диоду, а выход — к квадратичному детектору и построить график напряжения на выходе детектора как функцию тока шумового диода. Если получаем прямую линию, то усилитель действительно линеен. Вакуумные лампы и полевые транзисторы имеют лучшую линейность, чем биполярные транзисторы, и поэтому обычно советуют не использовать последние в каскадах усилителя, работающих на детектор.

Можно также проверить линейность усилителя с помощью сигнал-генератора, строя график напряжения на выходе детектора как функцию квадрата входного сигнала. Если получаем прямую линию, то усилитель достаточно линеен. Нужно, однако, иметь в виду, что шумовой сигнал с данным эффективным значением имеет гораздо большие пиковые амплитуды, чем синусоидальный сигнал с тем же самым эффективным значением. Следовательно, проверка при помощи синусоидального сигнала должна выполняться до больших эффективных значений, чем при использовании шумового сигнала.

Обычно усилитель должен нормально работать в широком диапазоне уровней сигнала. Следовательно, на входе и выходе основного усилителя необходимо помещать ступенчатые и плавные аттенюаторы. Чтобы обеспечить достаточный уровень сигнала на квадратичном детекторе, обычно необходимо использовать между основным усилителем и детектором линейный усилитель.

При измерениях в диапазоне вплоть до 30 *Мгц* можно рекомендовать связной приемник с выключенными автоматической регулировкой усиления и детектором. Усиленный сигнал промежуточной частоты снимается с катодного или истокового повторителя, устанавливается на требуемом амплитудном уровне и далее подается на усилитель, питающий детектор.

На частотах выше 30 *Мгц* можно использовать смеситель, осуществляющий перенос исследуемого шумового

сигнала в диапазон частот, который перекрывается связным приемником.

На существенно более высоких частотах более пригодны диодные смесители и УПЧ на 30 Мгц, выпускаемые промышленностью. Для измерения коэффициента шума на частоте выше 30 Мгц, вообще говоря, лучше использовать промышленный измеритель коэффициента шума, если только не требуется исключительная точность.

Если для расширения рабочего диапазона на входе связного приемника употребляется смеситель, иногда встает проблема недостаточно высокой стабильности частоты его гетеродина. Если эта нестабильность превышает полосу пропускания УПЧ, то выходной сигнал сильно флуктуирует и измерения трудно выполнимы.

В приемниках СВЧ возникает следующая трудность. Пусть f_p — частота гетеродина, f_0 — выходная частота и $f_i = f_p - f_0$ — частота на входе. Тогда смеситель реагирует также и на частоту $f'_i = f_p + f_0$, которая называется *частотой зеркального канала*. Так как испытываемый каскад усилителя, предварительный усилитель (если используется) и входная цепь смесителя не имеют достаточной избирательности, они оказываются чувствительными к шуму как в окрестности частоты f_i , так и в окрестности частоты f'_i . Как следствие, шум на выходе усилителя поступает частично из узкой полосы частот вокруг частоты f_i и частично из узкой полосы частот вокруг f'_i . Это должно учитываться при измерениях коэффициента шума (см. п. Б § 4.3).

В. Детекторы и фильтры

Любой детектор с квадратичной характеристикой может быть использован как измеритель мощности. Термпары имеют квадратичность, близкую к идеальной. Однако они выходят из строя при перегрузке. В этом отношении значительно удобнее полевые транзисторы, которые имеют квадратичную характеристику.

На выходе квадратичного детектора (рис. 4.5), кроме постоянной составляющей, имеется низкочастотный шум, являющийся результатом нелинейного взаимодействия шумовых компонент в пределах анализируемой полосы частот. Индикатор, реагирующий на этот шум, дает переменные показания, что ухудшает точность из-

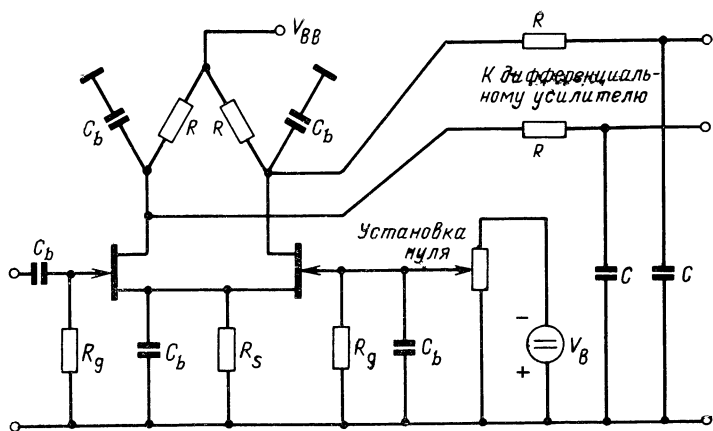


Рис. 4.5. Дифференциальный усилитель на полевых транзисторах в роли квадратичного детектора.

мерений. Можно показать [10, гл. 13; 30], что в том случае, когда частотная характеристика индикатора имеет вид $\text{const}/(1+j\omega\tau)$, относительная точность одного шумового отсчета (см. приложение П.1) равна $1/\sqrt{2B\tau}$, где B — полоса шумового сигнала. Таким образом, чтобы уменьшить требуемую постоянную времени τ , следует использовать наибольшие допустимые значения B . Это особенно важно при шумовых измерениях на относительно низких частотах. В схеме на рис. 4.5 выбор τ осуществляется с помощью RC фильтра на выходе.

Существует, следовательно, потребность в широкополосных фильтрах, работающих на звуковых и инфразвуковых частотах. Такие фильтры производятся промышленностью и обладают полосами пропускания, сравнимыми с центральной частотой полосы пропускания. Использовать в качестве измерителей шума низкочастотные анализаторы спектра не рекомендуется, так как из-за узкой полосы пропускания последних требуются индикаторы с большой постоянной времени, что крайне затягивает процесс измерений.

Для шумовых измерений можно также использовать линейные детекторы. Однако их выходной сигнал пропорционален среднеквадратичному значению шума, так что в процессе вычислений приходится возводить отсчет в квадрат. Эта операция отпадает при использовании квадратичного детектора.

Г. Корреляционный метод [28, 132]

При измерении очень слабых шумовых сигналов удобно пользоваться корреляционным методом (рис. 4.6), суть которого состоит в следующем. Измеряемый шумовой сигнал подается на два параллельных усилителя, где он усиливается и фильтруется. Два усиленных сигнала v_1 и v_2 поступают затем на коррелятор, вырабатывающий напряжение, пропорциональное $v_1 v_2$, которое в свою очередь, подается на усреднитель, в результате чего получаем $\overline{v_1 v_2}$. В процессе усреднения собственные шумы усилителей подавляются, так как они не коррели-

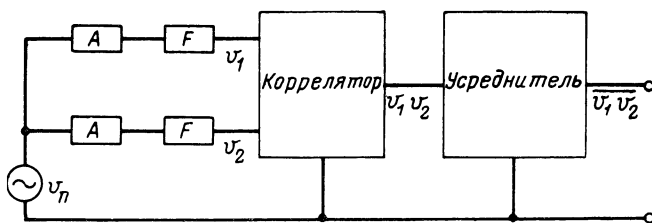


Рис. 4.6. К вопросу о корреляционном методе шумовых измерений:
 A — усилитель, F — фильтр.

рованы, в то время как шумовой сигнал, подлежащий измерению, сохраняется. Влияние шума усилителей проявляется лишь в небольших остаточных флуктуациях показаний индикатора, обусловленных выпрямленным шумом. Расчет показывает, что если каждый усилитель имеет шумовое сопротивление R_n , ошибка одного отсчета соответствует неопределенности $\Delta R_n = R_n / \sqrt{4B\tau}$ величины шумового сопротивления испытываемого прибора. В этом выражении B — полоса пропускания приемника, τ — постоянная времени усредняющей цепи. Если принять $R_n = 100$ ом, $B = 1000$ гц и $\tau = 2,5$ сек, тогда $\Delta R_n \simeq 1$ ом, таким образом данным методом можно измерить тепловой шум резистора сопротивлением в один — два ома.

Следует указать, что если используется только один усилитель и шумовое сопротивление испытываемого прибора измеряется посредством последовательных переключений испытываемого прибора из режима холостого хода в режим короткого замыкания, тогда неточность,

содержащаяся в единственном отсчете, соответствует неопределенности $\Delta R_n = R_n / \sqrt{2B\tau}$.

Применение двух усилителей дает, следовательно, выигрыш только в $\sqrt{2}$ раз (см. приложение П. 1). Однако главное преимущество последнего способа в том, что коррелятор оказывается более стабильным в отношении дрейфа.

4.3. ШУМОВЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

А. Шумовые измерения двухполюсников

Схема измерений показана на рис. 4.7. Исследуемый прибор D подсоединен ко входу усилителя. Параллельно исследуемому прибору включен шумовой диод.

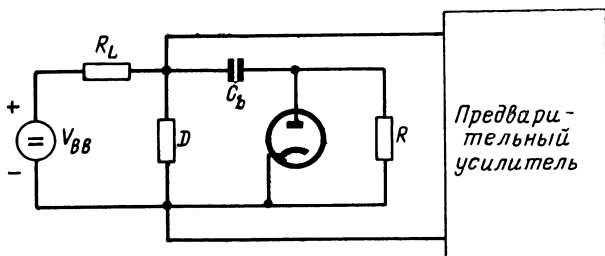


Рис. 4.7. Схема измерения шума двухполюсника D .

Прежде всего измеряется шум входной цепи. Для этого отключается исследуемый прибор и определяется ток шумового диода, соответствующий собственным шумам схемы. Пусть M_1 и M_2 — показания выходного прибора соответственно при закороченном и незакороченном входе усилителя. Тогда разность $M_2 - M_1$ обусловлена самой входной цепью. Увеличим ток шумового диода так, чтобы выходной прибор показал $M_3 = 2M_2 - M_1$. В этом случае шумовой диод производит такой же шум, что и входная цепь. Если насыщенный ток диода равен I_{d1} , то I_{d1} — эквивалентный ток насыщенного диода для входной цепи.

Далее включается исследуемый прибор и повторяется измерение. Пусть теперь I_{d2} — ток шумового диода, соответствующий суммарному шуму исследуемого прибора

и входной цепи. Тогда эквивалентный ток насыщенного диода для исследуемого прибора равен $(I_{d2} - I_{d1})$.

Если используется линейный детектор, мощность шума пропорциональна квадрату показаний выходного индикатора. Обозначим, как и ранее, соответствующие отсчеты символами M_1, M_2, M_3 . Тогда мощность шума входной цепи соответствует $(M_2^2 - M_1^2)$, а мощность шума шумового диода равна мощности шума входной цепи, если $M_3^2 = 2M_2^2 - M_1^2$. Таким образом, можно видеть, что трудности определения I_{d1} и I_{d2} не являются чрезмерными. Тем не менее квадратичный детектор обеспечивает более простую процедуру измерения.

Изложенный метод имеет три возможных источника погрешности:

1. На высоких частотах измерения могут терять точность из-за существенного уменьшения импеданса входной цепи вследствие шунтирующего действия емкости прибора и входной емкости усилителя, чего можно избежать, вводя настройку входной цепи.

2. Если сопротивление R_s исследуемого прибора относительно велико и сам прибор шумит очень сильно, может оказаться, что потребуются учесть величину дифференциального выходного сопротивления R_d шумового диода, определяемую эффектом Шоттки [111]. Эксперименты показывают, что R_d обратно пропорционально току I_d . Если исследуемый прибор характеризуется эквивалентным током насыщенного диода $I_{эkv}$, ток диода I_d , необходимый для удвоения мощности шума, определяется из выражения

$$2(2qI_{эkv}\Delta f) R_s^2 = (2qI_{эkv}\Delta f + \\ + 2qI_d\Delta f) [R_s R_d / (R_s + R_d)]^2,$$

откуда

$$I_{эkv} = \frac{I_d}{1 + 4R_s/R_d + 2(R_s/R_d)^2}. \quad (4.12)$$

Следовательно, для $R_d = 100 R_s$ ошибка составляет 4%. В низкоомных приборах данный эффект пренебрежимо мал.

3. Если предварительный усилитель имеет первый каскад на вакуумном триоде или полевом транзисторе, необходимо учитывать обратную связь через емкость меж-

ду входом и выходом каскада. Выходной импеданс, «ощущаемый» последующей частью схемы в режиме короткого замыкания на входе, не совпадает с тем, который получается при незакороченном входе устройства. Вследствие этого шумовой вклад усилительного прибора в реальной измерительной схеме несколько иной, чем при коротком замыкании на входе. Полученную разность показаний прибора можно скорректировать, если подключить шумовой диод параллельно выходной цепи каскада и измерить токи диода I_{d01} и I_{d02} , обеспечивающие одинаковое приращение ΔM показаний выходного прибора для случаев короткозамкнутого и незакороченного входа соответственно. Пусть M_1 , M_2 и M_3 имеют прежний смысл. Тогда шум входной цепи соответствует $M_2 - M_1 I_{d01}/I_{d02}$, а $M_3 = 2M_2 - M_1 \cdot I_{d01}/I_{d02}$ есть выходной отсчет, при котором шум диода равен шуму входной цепи (см. п. Б. § 4.3).

До сих пор предполагалось, что для шумовых измерений используются шумовые диоды. Однако на низких частотах, где заметную роль приобретает фликкер-шум, или в случаях, когда эквивалентный ток насыщения диода для исследуемого прибора велик по сравнению с максимальным анодным током шумового диода (20—30 ma), в качестве эталонов следует применять сигнал-генераторы. Существуют два способа построения схемы, удобные для измерения шумовых сопротивлений (рис. 4.8,а) и для измерения эквивалентных токов насыщенного диода (рис. 4.8,б).

В первом случае источник сигнала v_s подключен к аттенуатору, выходной сигнал v_{s1} которого подведен с некоторым коэффициентом передачи к сопротивлению R_2 (порядка 1 om) через гораздо большее сопротивление R_1 . Сначала с помощью усилителя измеряется шум прибора, а затем источник сигнала и аттенуатор регулируются таким образом, чтобы мощность на выходе усилителя удвоилась. Если эффективная шумовая полоса усилителя равна $B_{эфф}$, а прибор имеет шумовое сопротивление R_n , то при $R_1 \gg R_2$

$$4kTR_n B_{эфф} = 0,5 |v_{s1}|^2 (R_2/R_1)^2 = \overline{v_{s1}^2} (R_2/R_1)^2, \quad (4.13)$$

где $\overline{v_{s1}^2}$ — значение среднего квадрата сигнала. Поскольку все величины известны, можно определить R_n .

На рис. 4.8,б сигнал v_s также подключен к аттенюатору, но выходной сигнал v_{s1} аттенюатора подведен к исследуемому прибору через большое сопротивление R_1 (порядка 5 Мом), так что источник сигнала может быть представлен генератором тока v_{s1}/R_1 , включенным

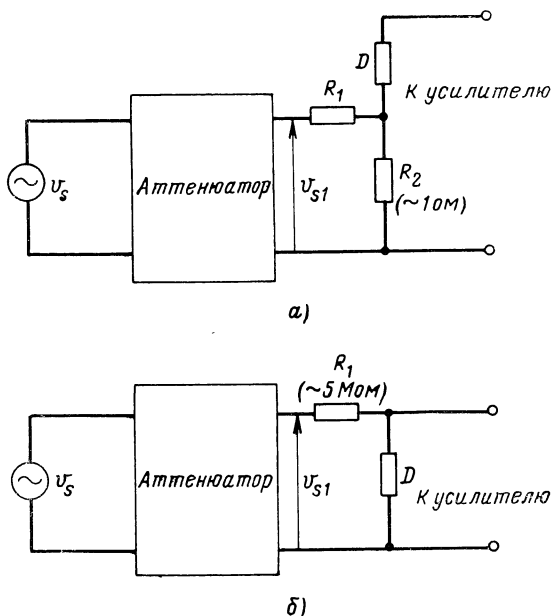


Рис. 4.8. Использование источника сигнала в качестве эталона напряжения (а) и тока (б).

параллельно прибору¹⁾. Если эквивалентный ток насыщенного диода для прибора равен $I_{\text{эКВ}}$, а шумовая полоса усилителя составляет $B_{\text{эфф}}$, то

$$2qI_{\text{эКВ}}B_{\text{эфф}} = \frac{1}{2} \frac{|v_{s1}|^2}{R_1^2} = \frac{\overline{v_{s1}^2}}{R_1^2}. \quad (4.14)$$

Поскольку все величины известны, определяем $I_{\text{эКВ}}$.

Б. Измерение коэффициента шума

Мы уже обсуждали, как измерять коэффициент шума, когда шум выходной цепи исследуемого каскада плюс шум последующего усилителя пренебрежимо малы.

¹⁾ Следует помнить о высокочастотной границе применимости этого способа: $f_b \ll 1/(2\pi R_1 C_0)$, где C_0 — паразитная емкость резистора R_1 . *Прим. ред.*

Исследуем теперь, что получается, если эти условия не выполнены (рис. 4.9).

Допустим вначале, что выходной проводимостью исследуемого каскада можно пренебречь. В этом случае процесс измерений крайне прост. Пусть M_1 , M_2 и M_3 — показания выходного индикатора при выключенном исследуемом каскаде, при включенном и при протекании тока I_d через шумовой диод на входе. Так как

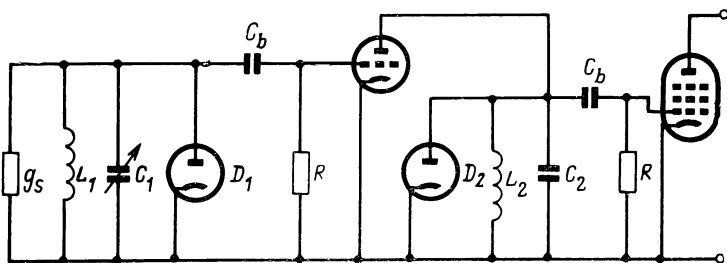


Рис. 4.9. Схема измерения шумового вклада выходной цепи каскада в выходную мощность посредством двух шумовых диодов D_1 и D_2 .

($M_2 - M_1$) описывает шум первого каскада, а ($M_3 - M_2$) — вклад шумового диода на входе схемы, получаем эквивалентный ток насыщенного диода

$$I_{\text{эКВ}} = (M_2 - M_1) I_d / (M_3 - M_2). \quad (4.15)$$

Коэффициент шума F исследуемого каскада определяется выражением $F 4kT_0 g_s \Delta f = 2q I_{\text{эКВ}} \Delta f$, откуда

$$F = \frac{q}{2kT_0} \frac{I_{\text{эКВ}}}{g_s} \approx 20 \frac{I_{\text{эКВ}}}{I_{g_s}}, \quad (4.16)$$

где $I_{\text{эКВ}}$ берется в амперах, а g_s — проводимость генератора — в сименсах.

Часто, однако, нельзя пренебрегать выходной проводимостью исследуемого каскада. В этом случае метод измерений нуждается в усовершенствовании: второй шумовой диод D_2 подключается параллельно выходу исследуемого каскада (рис. 4.9). Пусть теперь M_0 — показание выходного индикатора при закороченном выходе исследуемого каскада, а M_1 , M_2 и M_3 имеют прежний смысл. Допустим также, что ток шумового диода D_2 , требуемый для изменения выходного отсчета на величину ΔM , равен I_{d1} , когда исследуемый каскад выключен, и I_{d2} , когда

он включен. Тогда вклад выходной цепи в результирующий отсчет составляет $(M_1 - M_0) I_{d1} / I_{d2}$ и эквивалентный ток насыщенного диода $I_{\text{эКВ}}$, отнесенный ко входу,

$$I_{\text{эКВ}} = \frac{M_2 - [(M_1 - M_0) I_{d1} / I_{d2}] - M_0}{M_3 - M_2} I_d. \quad (4.17)$$

Для вычисления коэффициента шума F можно снова использовать (4.16).

В этих рассуждениях предполагалось, что выходная емкость исследуемого каскада не изменяется при выключении последнего. Если это не выполняется, необходимо подстраивать выходную цепь после каждой операции.

Если источник шума прокалиброван в значениях шумовой температуры T_s , как в случае многих источников шума диапазона СВЧ, коэффициент шума приемника измеряется следующим образом. Пусть при шумовой температуре источника T_{s1} выходной прибор показывает M_1 , а температуре T_{s2} соответствует отсчет M_2 . Тогда

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{T_{s1} + T_{na}}{T_{s2} + T_{na}} \quad \text{или} \quad T_{na} = \frac{M_1 T_{s2} - M_2 T_{s1}}{M_2 - M_1}, \quad (4.18)$$

где T_{na} — эквивалентная шумовая температура усилителя.

Следовательно,

$$F = (T_{na} + T_0) / T_0, \quad (4.19)$$

где T_0 — стандартная температура (290 °K).

Можно измерить коэффициент шума F_1 собственно усилительного каскада, если предварительно вычислить его номинальный коэффициент усиления $G_{н1}$ при той конкретной входной цепи, которая используется при измерении коэффициента шума. Далее следует определить коэффициент шума F комбинации усилительный каскад + приемник и коэффициент шума F_2 одного приемника. Необходимо проследить, чтобы эти последние измерения выполнялись при *одной и той же связи* со входом приемника, т. е. в режиме согласования на входе. Используя формулу Фрииса, имеем:

$$F = F_1 + (F_2 - 1) / G_{н1} \quad \text{или} \quad F_1 = F - (F_2 - 1) / G_{н1}, \quad (4.20)$$

откуда шумовое число M_1 каскада

$$M_1 = \frac{F_1 - 1}{1 - 1/G_{н1}}. \quad (4.20a)$$

Для обычных измерений коэффициента шума на частотах выше 30 Мгц рекомендуется применять измерители, выпускаемые промышленностью. Только в тех случаях, когда желательна повышенная точность, имеет смысл строить специальную аппаратуру.

При шумовых измерениях на СВЧ возникает дополнительная трудность, заключающаяся в том, что исследуемый каскад, предварительный усилитель (если используется) и смеситель реагируют не только на частоту сигнала $f_i = f_p - f_0$, но и на частоту зеркального канала $f'_i = f_p + f_0$. Выясним, как это сказывается на измерениях.

Пусть усилитель (предварительный усилитель + смеситель + УПЧ) имеет номинальные коэффициенты усиления по мощности G_a и G'_a на частотах соответственно сигнала и зеркального канала. Тепловой шум источника на входе предварительного усилителя дает в таком случае вклад в располагаемую выходную мощность шума усилителя, равный $(G_a + G'_a)kT\Delta f$. Если коэффициент шума F_a усилителя определен как

$$F_a = \frac{\text{полная мощность шума на выходе}}{\text{мощность шума на выходе, обусловленная источником}}, \quad (4.21)$$

то в случае широкополосного источника шума это действительно измеренный коэффициент шума. Располагаемая мощность шума на выходе системы источник + усилитель есть, следовательно, $F_a(G_a + G'_a)kT\Delta f$, причем часть $(F_a - 1)(G_a + G'_a)kT\Delta f$ обусловлена только самим усилителем.

Добавим теперь исследуемый каскад и обозначим символами G_1 и G'_1 номинальные коэффициенты усиления на частотах сигнала и зеркального канала соответственно.

Если F — коэффициент шума системы в целом, измеренный с помощью широкополосного источника шума, то полная выходная мощность шума всей системы равна

$$P_{\text{полн}} = F(G_1 G_a + G'_1 G'_a)kT\Delta f. \quad (4.22)$$

Проблема, которую мы хотим решить, — это выяснить «узкополосные» коэффициенты шума F_1 и F'_1 исследуемого каскада, соответствующие частотам f_i и f'_i .

Известно, что

$$P_{\text{полн}} = (F_1 G_1 G_a + F'_1 G'_1 G'_a) kT \Delta f + (F_a - 1) (G_a + G'_a) kT \Delta f. \quad (4.23)$$

Объединяя два последних выражения, получаем

$$F = \frac{F_1 G_1 G_a + F'_1 G'_1 G'_a}{G_1 G_a + G'_1 G'_a} + \frac{(F_a - 1) (G_a + G'_a)}{G_1 G_a + G'_1 G'_a}. \quad (4.24)$$

Мы можем настроить предварительный усилитель и смеситель таким образом, что $G_a = G'_a$. Тогда (4.24) упрощается и принимает вид

$$F = \frac{F_1 G_1 + F'_1 G'_1}{G_1 + G'_1} + \frac{2(F_a - 1)}{G_1 + G'_1}. \quad (4.24a)$$

Если далее предположить, что $F_1 = F'_1$, получаем

$$F = F_1 + (F_a - 1) / 0,5 (G_1 + G'_1), \quad (4.25)$$

так что F_1 можно определить, если измерены F , F_a , G_1 и G'_1 . Кроме того, видно, что здесь справедлива формула Фрииса, в которой лишь произведена замена номинального коэффициента усиления каскада на *средний* номинальный коэффициент усиления $(G_1 + G'_1)/2$.

Когда Малавия [29] выполнил такие измерения на СВЧ транзисторах при различных значениях G_1 и G'_1 , он получил близкие значения F_1 . Это показывает, что предположение $F_1 = F'_1$ было в данном случае выполнено. Можно ожидать, что вывод справедлив для любой широкополосной входной цепи.

В. Шумовые измерения в импульсном режиме

Если измерения должны выполняться в таких режимах, где исследуемый прибор может быть выведен из строя или его параметры могут быть изменены за счет нагрева, эксперимент необходимо проводить в импульсном режиме при малой рассеиваемой средней мощности (рис. 4.10). Допустим, что на прибор подается ток $Au(t)$, где $u(t)$ — единичная ступенчатая функция. Тогда на-

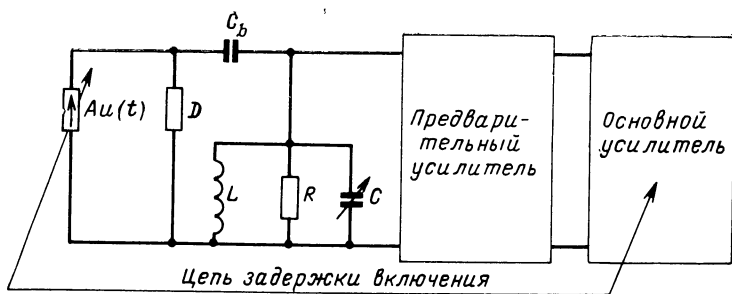


Рис. 4.10. Схема импульсных шумовых измерений при помощи импульсного источника тока, включенного параллельно исследуемому прибору.

В других случаях может оказаться удобнее использовать импульсный источник э. д. с., включенный последовательно с исследуемым прибором.

пряжение на колебательном контуре во время переходного процесса равно (при $Q_0 > 5$)

$$\frac{AR}{Q_0} \exp\left(-\frac{\omega_0 t}{2Q_0}\right) \sin \omega_0 t, \quad (4.26)$$

где

$$\omega_0^2 LC = 1 \text{ и } Q_0 = \omega_0 CR. \quad (4.26a)$$

Отсюда следует, что переходный процесс затухает как $\exp(-\omega_0 t/2Q_0)$, т. е. его амплитуда становится достаточно малой при достаточно большом t .

Сильный переходной процесс может заглушить шум усилителя, если усилитель будет включен постоянно. Во избежание этого основной усилитель подсоединяется в момент $t = \tau_1$, где τ_1 выбирается так, чтобы амплитуда импульса успела упасть гораздо ниже уровня шума прибора.

Обычно используют не скачок тока $Au(t)$, а последовательность импульсов тока $A[u(t) - u(t - \tau)]$ с малой частотой повторения. Основной усилитель включается на время действия второй половины каждого импульса. Отсюда вытекает требование $\tau_1 = 0,5 \tau$ и, поскольку скорость затухания переходного процесса определяется параметром f_0/Q_0 , должно выполняться условие, что отношение $f_0 \tau / Q_0$ достаточно велико. Практически при относительно небольших Q_0 требуется иметь $f_0 > 100/\tau$.

ТЕПЛОВОЙ ШУМ И ШУМ ГЕНЕРАЦИИ — РЕКОМБИНАЦИИ [35, 38, 42, 43, 45, 53—59]

5.1. ТЕПЛОВОЙ ШУМ

Мы уже видели, что теорема Найквиста для теплового шума сопротивления R при температуре T приводит к следующему выражению для располагаемой мощности теплового шума в интервале частот Δf :

$$P_{\text{расп}} = kT\Delta f. \quad (5.1)$$

Далее будет доказано, что $P_{\text{расп}}$ является универсальной функцией температуры T . Кроме того, покажем, что теорема Найквиста требует уточнения, связанного с квантовой природой процессов, когда произведение hf становится сравнимым с kT , где h — постоянная Планка. Анализ с квантовых позиций приводит к соотношению между диффузионным и тепловым шумом. В конце главы анализ теплового шума применяется к лазерам.

А. Общее доказательство теоремы Найквиста [20].

Квантовая поправка

Чтобы показать, что располагаемая мощность источника теплового шума при температуре T в интервале частот Δf является универсальной функцией T , рассмотрим схему на рис. 5.1, где оба резистора имеют температуру T . В этом случае они согласованы друг с другом. Пусть первый резистор отдает второму располагаемую мощность шума $P_{\text{расп1}}$, а второй первому — мощность $P_{\text{расп2}}$. Если бы существовал какой-нибудь интервал частот Δf , такой, что в нем $P_{\text{расп1}} \neq P_{\text{расп2}}$, тогда имела бы место перекачка мощности из одного резистора в другой. Но это противоречит второму закону термодинамики. Следовательно, $P_{\text{расп1}} = P_{\text{расп2}} = P_{\text{расп}}$ есть универсальная функция T .

Чтобы установить вид этой функции, обратимся к первоначальной формулировке Найквистом его теоремы.

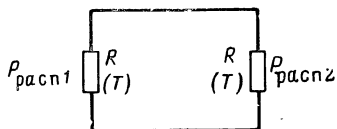


Рис. 5.1. Схема соединения двух резисторов R с различными температурами и располагаемыми мощностями шума.

Пусть два одинаковых резистора R , имеющих температуру T , соединены длинной линией без потерь с длиной L и волновым сопротивлением R (рис. 5.2). В обоих направлениях действует поток мощности шума, и мощность, развиваемая одним резистором, поглощается другим. Пусть $P_{\text{расп}}$ — располагаемая мощность, генерируемая каждым резистором в интервале частот Δf . Тогда средняя энергия, запасенная в линии, равна $2P_{\text{расп}}L/v$, где v — скорость распространения волны в линии. Если те-

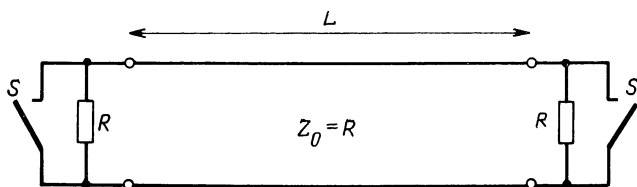


Рис. 5.2. Длинная линия с волновым сопротивлением R , нагруженная на концах на включенные параллельно сопротивление R и ключ S .

перь быстро закоротить оба конца линии, образуется стоячая волна и энергия $2P_{\text{расп}}L/v$ будет заключена в тех типах собственных колебаний линии, которые приходятся на интервал частот Δf . Поскольку частоты собственных колебаний линии равны $n(v/2L)$ ($n=1, 2, \dots$), число собственных колебаний в пределах интервала Δf составляет $(2L/v)\Delta f$. Если обозначить через \bar{E} среднюю энергию, приходящуюся на каждый из типов колебаний, тогда заключенная в линии энергия может быть записана в виде $(2L/v)\Delta f\bar{E}$. Приравнявая ее выражению $2P_{\text{расп}}L/v$, находим

$$P_{\text{расп}} = \bar{E}\Delta f. \quad (5.2)$$

Но согласно квантовой теории гармонического осциллятора

$$\bar{E} = \frac{hf}{\exp(hf/kT) - 1}, \quad (5.3)$$

где для простоты пренебрегли нулевой энергией. Отсюда

$$P_{\text{расп}} = \frac{hf\Delta f}{\exp(hf/kT) - 1}. \quad (5.4)$$

При $hf/kT \ll 1$ это выражение переходит в (5.1). Однако на высоких частотах и при низких температурах

необходимо использовать полное выражение (5.4). Это важно для мазеров.

Если шум в интервале частот Δf представлен источником э. д. с. e , включенным последовательно с R , то $P_{\text{расп}} = 1/4 e^2 / R$. Приравнивая этот результат выражению (5.4), находим

$$\overline{e^2} = \frac{4hf\Delta f}{\exp(hf/kT) - 1} R. \quad (5.5)$$

Данное выражение является логическим обобщением теоремы Найквиста на область высоких частот и низких температур.

Теорема Найквиста в ее обычной (низкочастотной) форме справедлива для любого сопротивления, независимо от его природы, при условии, что оно находится в тепловом равновесии с окружающей средой. Например, p - n переход при нулевом смещении, поддерживаемый при температуре T , должен рассматриваться как сопротивление $R = dV/dI$, имеющее ту же температуру. Теорема справедлива также для антенны, заключенной в экран с температурой T .

Конечно, существуют также исключения, соответствующие нарушению условия равновесия. Например, плазма, поддерживаемая разрядом при постоянном токе, вовсе не обязательно находится в состоянии равновесия, и поэтому нельзя утверждать априори, что проводимость плазмы генерирует тепловой шум, соответствующий электронной температуре T_e . В полупроводниковом диоде с двойной инжекцией, ток которого ограничен пространственным зарядом, дырки инжектируются одним электродом, а электроны — другим. Снова имеем пример, когда плазма существует только за счет протекания постоянного тока (процессы инжекции) и, следовательно, априори не очевидно, что проводимость диода будет давать тепловой шум, характеризуемый температурой прибора (равной температуре кристаллической решетки).

Б. Диффузионный шум и тепловой шум

Чтобы выявить соотношение, существующее между диффузионным шумом, т. е. шумом, обусловленным столкновениями носителей тока с кристаллической решеткой, и тепловым шумом, рассмотрим полупроводник

n -типа, имеющий в направлении оси X градиент концентрации электронов $\partial n/\partial x$. Для анализа столкновений электронов с кристаллической решеткой используем следующую модель ¹⁾.

Разобьем полупроводник на прямоугольные параллелепипеды (ячейки) $\Delta x \Delta y \Delta z$, описываемые набором индексов k, l, m . В результате столкновений электроны могут совершать случайные перескоки между соседними ячейками. Отдельные перескоки считаются независимыми. Вероятность перескока электрона за интервал времени Δt равна $a \Delta t$. Выясним, как вычислить a . Рассмотрим две соседние ячейки (k, l, m) и $(k+1, l, m)$ с концентрациями электронов $n(k, l, m)$ и $n(k+1, l, m)$ соответственно. Поток частиц $w_{k, k+1}$ от (k, l, m) к $(k+1, l, m)$ равен

$$w_{k, k+1} = a n(k, l, m) \Delta x \Delta y \Delta z, \quad (5.6)$$

в обратном направлении

$$\begin{aligned} w_{k+1, k} &= a n(k+1, l, m) \Delta x \Delta y \Delta z = \\ &= a \left[n(k, l, m) + \left(\frac{\partial n}{\partial x} \right)_{k, l, m} \Delta x \right] \Delta x \Delta y \Delta z, \end{aligned} \quad (5.6a)$$

так что результирующий поток частиц

$$w = w_{k, k+1} - w_{k+1, k} = -a \left(\frac{\partial n}{\partial x} \right)_{k, l, m} \Delta x^2 \Delta y \Delta z. \quad (5.7)$$

Поскольку величина $w/(\Delta y \Delta z)$ не должна зависеть от способа разбиения полупроводника на ячейки, произведение $a \Delta x^2$ должно быть константой, которую называют коэффициентом диффузии электронов D_n . Учитывая это, получим

$$w = -D_n \left(\frac{\partial n}{\partial x} \right)_{k, l, m} \Delta y \Delta z. \quad (5.8)$$

Отсюда

$$a = D_n / \Delta x^2 \text{ или } w_{k, k+1} = D_n n(k, l, m) \Delta y \Delta z / \Delta x. \quad (5.9)$$

Так как потоки $w_{k, k+1}$ и $w_{k+1, k}$ обусловлены независимыми переходами, происходящими в случайном порядке, они должны проявлять полный дробовой шум (гл. 2).

¹⁾ Эта модель была развита Бекингом (A. G. Th. Becking).

Другими словами, спектральную плотность можно выразить соотношением

$$S_w(f) = 2\omega_{k, k+1} + 2\omega_{k+1, k} = 4D_n n(k, l, m) \Delta y \Delta z / \Delta x, \quad (5.10)$$

которое является уравнением для шума потока частиц. Поэтому шум электрического тока

$$S_i(f) = q^2 S_w(f) = 4q^2 D_n n(x) \Delta y \Delta z / \Delta x. \quad (5.10a)$$

Если далее обозначить символом μ_n подвижность электронов и считать выполненным полученное Эйнштейном соотношение

$$D_n = (kT/q) \mu_n, \quad (5.11)$$

то (5.10a) примет вид

$$S_i(f) = 4kT [q\mu_n n(x)] \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} = \frac{4kT}{\Delta R}, \quad (5.12)$$

где

$$\Delta R = \Delta x / q\mu_n n(x) \Delta y \Delta z \quad (5.13)$$

есть сопротивление ячейки ($\Delta x \Delta y \Delta z$). Таким образом, *если выполняется соотношение Эйнштейна, диффузионный шум сводится к тепловому.*

Переход от (5.10a) к (5.12) должен выполняться с некоторой осторожностью. Он справедлив для *основных носителей*. Однако для неосновных носителей ΔR не является сопротивлением ячейки ($\Delta x \Delta y \Delta z$), и поэтому в этом случае лучше использовать (5.10a).

Соотношение Эйнштейна справедливо, когда электроны имеют распределение Максвелла, и может оказаться неверным, если распределение не максвелловское. Например, в положительном столбе газового разряда распределение по скорости часто отлично от максвелловского. Поэтому можно ожидать отклонений от теоремы Найквиста. Аналогично в полупроводниках при сильных полях, когда проявляются эффекты «горячих» электронов, распределение скоростей электронов может не быть максвелловским, и поэтому теорема Найквиста может не выполняться ¹⁾.

¹⁾ В [122] получено обобщенное уравнение Эйнштейна, которое для вырожденных полупроводников существенно отличается от (5.11), и следовательно, в этих полупроводниках диффузионный шум должен отличаться от теплового. (Прим. ред.)

Таким образом, диффузионный шум является более общим процессом, чем тепловой, но он может быть сведен к последнему, если выполняется соотношение Эйнштейна. Мы проиллюстрируем это положение на примерах твердотельных диодов с одинарной инжекцией и ограничением тока пространственным зарядом.

Пусть в диоде с одинарной инжекцией, в котором ток переносится электронами, A — площадь поперечного сечения прибора и $n(x)$ — концентрация носителей в плоскости поперечного сечения между x и $x + \Delta x$. Тогда шум может быть представлен генератором тока $\sqrt{S_i(f)} \Delta x$, включенным параллельно слою толщиной Δx , где

$$S_i(f) = 4q^2 D_n n(x) A / \Delta x. \quad (5.14)$$

Если выполняется соотношение Эйнштейна $D_n = \mu_n kT/q$, то выражение (5.14) сводится к

$$S_i(f) = 4kT \left[\frac{q \mu_n n(x) A}{\Delta x} \right] = \frac{4kT}{\Delta R}, \quad (5.15)$$

где ΔR — сопротивление слоя Δx .

На относительно низких частотах, где можно не учитывать влияние емкости, шунтирующей ΔR , шумовая э. д. с. $\delta V(x)$ слоя Δx имеет спектральную плотность

$$\Delta S_v(f) = S_i(f) (\Delta R)^2 = 4kT \Delta R. \quad (5.16)$$

Так как $\Delta R = \Delta V / I_a$, где ΔV — падение постоянного напряжения на отрезке Δx , а I_a — постоянный ток, то спектральная плотность шумовой э. д. с. прибора при суммировании по всем слоям Δx равна

$$S_{v_a}(f) = \frac{4kT}{I_a} \Sigma \Delta V = 4kT \frac{V_a}{I_a}, \quad (5.17)$$

поскольку $\Sigma \Delta V = V_a$ — постоянное напряжение, приложенное к диоду. Полученный результат соответствует тепловому шуму сопротивления по постоянному току V_a / I_a .

В диодах с двойной инжекцией дырки инжектируются одним электродом, а электроны — другим, так что для большей части пространства между электродами $p(x) \simeq n(x)$. Шум, конечно, является диффузионным, но строгая теория еще не разработана. Эксперименты показывают, что формула (5.17) более или менее справедлива для $\omega \tau \gg 1$, где τ — время жизни носителей.

В. Шум спонтанной эмиссии в мазерах [49]

Мазер состоит из вещества, содержащего атомы с энергетическими состояниями E_1 (нижний уровень) и E_2 (верхний уровень), имеющими населенность, соответственно, N_1 и N_2 . При переходах между этими состояниями излучаются или поглощаются кванты энергии $hf = E_2 - E_1$. Если $N_2 < N_1$, преобладает поглощение и вещество ведет себя как положительная проводимость. При $N_2 > N_1$ преобладает излучение и материал ведет себя как отрицательная проводимость. Обозначим проводимость буквой g . Тогда можно утверждать, что g пропорционально $N_1 - N_2$.

Представим шум в интервале частот Δf в виде генератора тока $V\sqrt{\bar{i}^2}$, включенного параллельно g . По аналогии с тепловым шумом можно ожидать, что обменная мощность шума $P_{об} = (1/4) \bar{i}^2 / g$ должна быть независима от g . Поэтому

$$\bar{i}^2 = C(N_1, N_2) g \Delta f, \quad (5.18)$$

где C — неизвестная функция N_1 и N_2 .

Но мы знаем, что в отсутствие сигнала накачки

$$\bar{i}^2 = \frac{4hf\Delta f}{\exp(hf/kT) - 1} g. \quad (5.19)$$

Известно также, что в этом случае

$$\frac{N_1}{N_2} = \exp\left(\frac{E_2 - E_1}{kT}\right) = \exp\left(\frac{hf}{kT}\right), \quad (5.20)$$

поскольку распределение частиц по энергиям подчиняется распределению Больцмана. Подстановка (5.20) в (5.19) дает

$$\bar{i}^2 = \frac{4hf}{(N_1/N_2) - 1} g \Delta f. \quad (5.19a)$$

Сравнивая (5.19a) и (5.18), видим, что искомая функция имеет вид

$$C(N_1, N_2) = \frac{4hf}{N_1/N_2 - 1}. \quad (5.19b)$$

Следовательно,

$$\bar{i}^2 = 4ghf\Delta f N_2 / (N_1 - N_2). \quad (5.21)$$

Такой шум называется *шумом спонтанной эмиссии* или *спонтанным*. Поскольку g пропорциональна $N_1 - N_2$, величина \bar{i}^2 , как и ожидалось, всегда положительна и пропорциональна N_2 .

Приведенные рассуждения особенно справедливы для резонаторных мазеров. Для мазеров бегущей волны можно использовать аналогичный подход [32]. Пусть в этом последнем случае большая волна «накачки» возбуждает энергетический уровень E_2 , а слабая волна «сигнала» служит причиной вынужденных переходов между уровнями E_2 и E_1 . Обозначим через n_1 и n_2 удельную населенность уровней E_1 и E_2 соответственно. Если P_s — мощность сигнала, то для малого отрезка dx изменение передаваемой мощности при отсутствии потерь в волноводе равно

$$dP_s = C(n_2 - n_1)P_s dx. \quad (5.22)$$

Это уравнение выражает тот факт, что вероятность вынужденной эмиссии пропорциональна $n_2 - n_1$. Константа C — зависит от вероятности перехода, геометрии волновода и типа волны в нем.

Аналогично для мощности шума P_n , распространяющегося вдоль волновода без потерь, можно написать уравнение

$$dP_n = C(n_2 - n_1)P_n dx + Bn_2 dx. \quad (5.23)$$

Первое слагаемое характеризует усиление P_n за счет вынужденного излучения. Второй член описывает спонтанный шум. Как и в предыдущем случае, эффект здесь пропорционален n_2 , так как спонтанные переходы независимы.

Если выключить накачку, $dP_n = 0$ и

$$P_n = \frac{Bn_2}{C(n_1 - n_2)} = \frac{hf\Delta f}{\exp(hf/kT) - 1} \quad (5.23a)$$

не зависит от x . Но тогда

$$\frac{n_1}{n_2} = \exp\left(\frac{hf}{kT}\right), \quad (5.23b)$$

как и в предыдущем случае, так что $B = Chf\Delta f$. Следовательно, (5.23) может быть записано в виде соотношения

$$dP_n = C(n_2 - n_1)P_n dx + Cn_2 hf\Delta f dx, \quad (5.24)$$

которое представляет собой уравнение шума для мазера бегущей волны на основе длинной линии без потерь.

5.2. ТЕПЛОВОЙ ШУМ В ПОЛЕВЫХ ТРАНЗИСТОРАХ

Работа полевого транзистора осуществляется за счет модуляции сопротивления проводящего канала. Поэтому можно ожидать, что в этом канале будет генерироваться тепловой шум. Это утверждение вполне очевидно для полевых транзисторов с p - n переходом, где действительно существует проводящий канал (рис. 5.3,а), если только он не перекрыт обратным смещением на p - n переходе. Однако в МОП-транзисторах канал возникает только тогда, когда окисел дает начальный вклад или к затвору

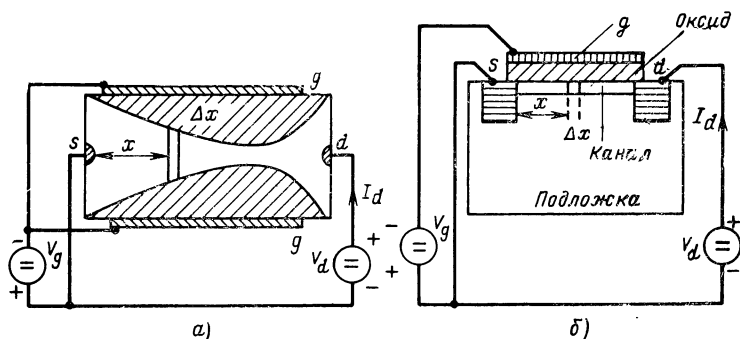


Рис. 5.3. Поперечные сечения полевого транзистора с p - n переходом (а) и МОП-транзистора (б).

прикладывается напряжение (рис. 5.3,б). Следует ожидать, что шум будет *диффузионным*, но он может рассматриваться как *тепловой*, если соотношение Эйнштейна для носителей в канале справедливо.

Это не означает, что не может существовать других источников шума. На самом деле, как мы впоследствии убедимся, именно так все и обстоит.

А. Характеристики прибора [111]

Если положить, что постоянная разность потенциалов между точкой, удаленной на расстояние x от истока, и самим этим электродом равна V_0 , то удельную проводимость канала в этой точке $g(x)$ можно записать как функцию $g(V_0)$, так как V_0 есть функция x . В этом случае ток стока может быть выражен как

$$I_d = g(V_0) dV_0/dx \text{ или } I_d dx = g(V_0) dV_0. \quad (5.25)$$

Здесь ток I_d течет от стока к истоку. Так как ток I_d на этом пути постоянен, то, интегрируя вдоль длины канала, находим

$$I_d L = \int_0^{V_d} g(V_0) dV_0 \quad \text{или} \quad I_d = \frac{1}{L} \int_0^{V_d} g(V_0) dV_0, \quad (5.26)$$

где V_d — напряжение стока.

Крутизна прибора g_m , как обычно, определяется соотношением $g_m = \partial I_d / \partial V_g$, где V_g — напряжение затвора. Прибор почти всегда используется в режиме насыщения (см. ниже), где g_m достигает своей максимальной величины $g_{\text{макс}}$.

Проводимость стока g_d определяется как

$$g_d = \frac{\partial I_d}{\partial V_d} = \frac{g(V_d)}{L}, \quad (5.27)$$

так что $g_d = 0$, если $g(V_0) = 0$ у стока ($V_0 = V_d$). Иначе говоря, если рассматривать I_d как функцию напряжения на стоке V_d при условии постоянства напряжения на затворе V_g , то I_d достигнет насыщения при таком напряжении стока V_d , когда $g(V_d) = 0$. В этом случае говорят, что канал *перекрыт* у стока, а ток *насыщен*. После достижения насыщения I_d практически не зависит от напряжения на стоке V_d . То же самое справедливо для g_m .

При нулевом напряжении на стоке $g(V_0) = g_0$ вдоль всего канала, так что

$$g_d = g_{d0} = g_0 / L, \quad (5.27a)$$

где g_0 — удельная проводимость канала у истока. Если пренебречь влиянием последовательных сопротивлений на концах канала, тогда $g_{\text{макс}} = g_{d0}$ для полевого транзистора с p - n переходом и для МОП-транзистора с высокоомной подложкой, но $g_{\text{макс}} < g_{d0}$ для МОП-транзисторов с подложками более высокой проводимости. Мы увидим, что это оказывает важное воздействие на шумовые свойства прибора.

Для полевого транзистора с p - n переходом и каналом n -типа теория показывает, что [33]

$$g(V_0) = g_{00} \left[1 - \left(\frac{-V_g + V_{\text{диф}} + V_0}{V_{00}} \right)^{1/2} \right], \quad (5.28)$$

где g_{00} — удельная проводимость открытого канала, $V_{\text{диф}}$ — диффузионная разность потенциалов p - n перехода

да и V_{00} — напряжение отсечки, т. е. разность потенциалов между затвором и каналом, при которой проводимость канала становится нулевой.

Таким образом, канал перекрыт у стока, если

$$V_d = V_{00} + V_g - V_{\text{диф}}. \quad (5.28a)$$

Теория показывает [34], что для МОП-транзистора с каналом n -типа и высокоомной подложкой

$$g(V_0) = \mu \omega C_{\text{окс}} (V_g + V_{g0} - V_0), \quad (5.29)$$

где V_g — потенциал затвора, V_{g0} — напряжение смещения между затвором и каналом, μ — подвижность носителей, ω — ширина канала и $C_{\text{окс}}$ — емкость на единицу поверхности системы затвор — окисел — канал. Итак, канал перекрыт у стока, если

$$V_d = V_{g0} + V_g. \quad (5.29a)$$

Для МОП-транзистора с каналом n -типа и подложкой произвольной проводимости [35]

$$g(V_0) = \mu \omega [C_{\text{окс}} (V_g + V_{g0} - V_0) - (2\epsilon \epsilon_0 q N_a)^{1/2} (V_0 + V_{\text{диф}} - V_b)^{1/2}]. \quad (5.30)$$

Здесь ϵ — относительная диэлектрическая проницаемость подложки, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ ф/м, q — абсолютное значение заряда электрона, N_a — концентрация атомов акцепторов в подложке, $V_{\text{диф}}$ — диффузионная разность потенциалов и V_b — потенциал подложки, если таковой имеется. Первый член этого уравнения представляет заряд, индуцированный в канале затвором, а второй описывает неподвижный заряд в области пространственного заряда между каналом и подложкой.

Как и ранее, тройку важнейших параметров составляют $g_{\text{макс}}$, $g_{d0} = g_0/L$, где g_0 — проводимость канала при нулевом напряжении стока ($V_0 = 0$), и напряжение отсечки, определяемое условием $g(V_d) = 0$. Как g_{d0} , так и $g_{\text{макс}}$ уменьшаются с ростом проводимости подложки, но $g_{\text{макс}}$ убывает быстрее, чем g_{d0} .

Так как $g(V_0)$ в каждом случае известна, можно вычислить характеристику и проверить выводы, сделанные относительно $g_{\text{макс}}$ и g_{d0} .

Б. Тепловой шум в полевых транзисторах

Обратимся теперь к анализу шума [38]. Если $\Delta I_d(t)$ — шумовой ток, протекающий во внешней цепи за счет действия источника шума $h(x, t)$, описывающего тепловой шум в канале, то вместо (5.25) имеем

$$I_d + \Delta I_d(t) = g(V) \frac{dV}{dx} + h(x, t), \quad (5.31)$$

где $V = V_0 + \Delta V$, ΔV — флуктуации напряжения вдоль канала, обусловленные источником шума.

Пренебрегая членами второго порядка малости, можем записать

$$\begin{aligned} g(V) \frac{dV}{dx} &= g(V_0) \frac{dV_0}{dx} + g(V_0) \frac{d\Delta V}{dx} + \\ &+ \frac{dg}{dV_0} \frac{dV_0}{dx} \Delta V = g(V_0) \frac{dV_0}{dx} + \frac{d}{dx} [g(V_0) \Delta V], \end{aligned} \quad (5.32)$$

так что, если $\Delta I_d(t)$ течет от стока к истоку,

$$\Delta I_d(t) = \frac{d}{dx} [g(V_0) \Delta V] + h(x, t). \quad (5.33)$$

Проинтегрируем (5.33) по x в пределах от 0 до L для случая $\Delta V = 0$ при $x = 0$ и $x = L$, т. е. для случая, когда сток соединен с истоком по высокой частоте. Получаем

$$\begin{aligned} \Delta I_d(t) L &= \int_0^L d[g(V_0) \Delta V] + \\ &+ \int_0^L h(x, t) dx = \int_0^L h(x, t) dx \end{aligned} \quad (5.34)$$

или

$$\overline{\Delta I_d(t) \Delta I_d(t+s)} = \frac{1}{L^2} \int_0^L \int_0^L \overline{h(x, t) h(x', s+t)} dx dx'. \quad (5.34a)$$

Следовательно, спектральная плотность от $I_d(t)$ имеет вид

$$S_i(f) = \frac{1}{L^2} \int_0^L \int_0^L S_h(x, x', f) dx dx', \quad (5.34b)$$

где $S_h(x, x', f)$ — взаимная пространственная спектральная плотность теплового шума. Для отрезка Δx спектральная плотность шума равна

$$S_h(x, f) = 4kTg(x)/\Delta x$$

[см. (5.12)]. При $\Delta x \rightarrow 0$ это выражение стремится к бесконечности, так что следует ожидать

$$S_h(x, x', f) = 4kTg(x' - x), \quad (5.35)$$

где $\delta(x' - x)$ — дельта-функция Дирака. Уравнение (5.35) выражает тот факт, что в заданный момент t источники теплового шума в различных точках x и x' не коррелированы.

Вычисление интеграла (5.34б) с учетом того, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x') \delta(x' - x) dx' = f(x),$$

дает

$$S_i(f) = \frac{1}{L^2} \int_0^L 4kTg(x) dx = \frac{4kT}{L^2 I_d} \int_0^{V_d} g^2(V_0) dV_0, \quad (5.36)$$

где в качестве нового переменного использовано V_0 . Подставляя в (5.36) I_d из (5.26), получаем

$$S_i(f) = \frac{4kTg_0}{L} \frac{\int_0^{V_d} [g(V_0)/g_0]^2 dV_0}{\int_0^{V_d} [g(V_0)/g_0] dV_0} = \gamma 4kTg_{d0}, \quad (5.37)$$

где, по-прежнему, $g_{d0} = g_0/L$ — проводимость стока при нулевом напряжении на нем и g_0 — проводимость канала у истока.

Поскольку $g(V_0)$ убывает при перемещении от истока к стоку, если только $V_d \neq 0$, для любого сечения канала имеем

$$g(V_0) \leq g_0 \quad \text{или} \quad \left[\frac{g(V_0)}{g_0} \right]^2 \leq \frac{g(V_0)}{g_0},$$

так что

$$\int_0^{V_d} \left[\frac{g(V_0)}{g_0} \right]^2 dV_0 \leq \int_0^{V_d} \frac{g(V_0)}{g_0} dV_0 \text{ или } \gamma \leq 1. \quad (5.37a)$$

В результате $\gamma=1$ при $V_d=0$ и $\gamma<1$, если $|V_d|>0$. Более подробный анализ показывает, что γ монотонно убывает с ростом $|V_d|$, достигая минимального значения $\gamma_{\text{нас}}$ при насыщении. Эта предельная величина, которая зависит от рассматриваемого прибора, может быть вычислена, если известна $g(V_0)$.

Для полевых транзисторов с p - n переходом подобные расчеты показывают [36], что

$$\gamma_{\text{нас}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 + 3z^{1/2}}{1 + 2z^{1/2}}, \quad (5.38)$$

где $z = (-V_g + V_{\text{диф}})/V_{00}$, так что $\gamma_{\text{нас}}=1/2$ при $z=0$ (канал полностью открыт у истока) и $\gamma_{\text{нас}}=2/3$ при $z=1$ (канал перекрыт у истока). Для МОП-транзисторов с высокоомной подложкой [37] предельное значение $\gamma_{\text{нас}}=2/3$ при любых напряжениях на затворе; с ростом проводимости подложки $\gamma_{\text{нас}}$ становится чуть меньше.

Если при коротком замыкании на входе полевого транзистора измерить эквивалентный ток насыщенного диода $I_{\text{экв}}$ как функцию напряжения стока, то

$$2qI_{\text{экв}} = \gamma \cdot 4kTg_{d0} \text{ или } \gamma = \frac{q}{2kT} \frac{I_{\text{экв}}}{g_{d0}}, \quad (5.39)$$

т. е. можно определить γ как функцию V_d . Если измеренная величина γ равняется вычисленной, то шум в канале является тепловым. Любое отклонение служит показателем наличия шума иной природы¹⁾.

Эксперименты [38] в области частот с равномерным спектром $S_i(f)$ показали, что для МОП-транзисторов с высокоомной подложкой величина γ согласуется с теоретическими предсказаниями. На рис. 5.4 приведены результаты измерений и расчета для подложки с большей проводимостью, свидетельствующие о присутствии

¹⁾ В [123] получено эмпирическое соотношение для коэффициента γ , учитывающее увеличение шума за счет уменьшения подвижности свободных носителей при высоких напряженностях поля и за счет увеличения температуры свободных носителей (горячие носители) при больших полях и низких температурах. (*Прим. ред.*)

нетеплового шума, причины появления которого неясны. Однако, более поздние эксперименты [39] показали, что на подложках с повышенной проводимостью можно выполнить МОП-транзисторы, проявляющие только тепловой шум. Очевидно, избыточный шум, изображенный на рис. 5.4, не является неперменным свойством подложек с повышенной проводимостью. Таким образом, представ-

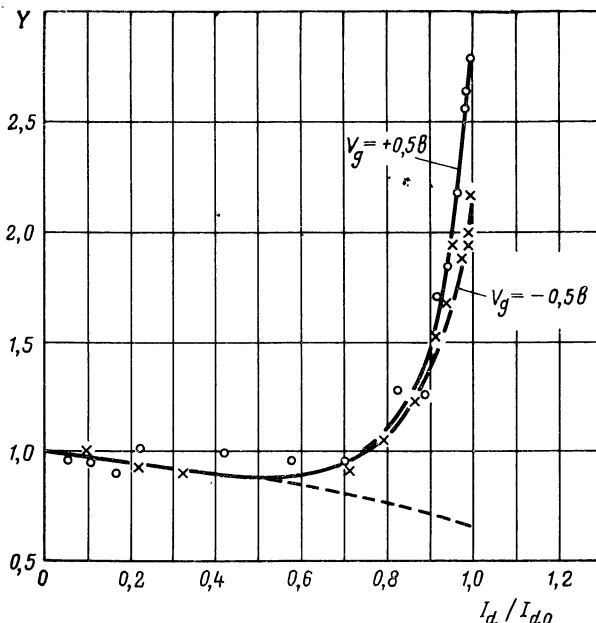


Рис. 5.4. Зависимость коэффициента γ от I_d / I_{d0} и V_g в качестве параметра при работе полевого транзистора в режиме обеднения; I_{d0} — ток насыщения [40].

Пунктирная кривая внизу соответствует случаю нулевой проводимости подложки.

ляется, что тепловой шум канала является единственным лимитирующим шумом в МОП-транзисторах.

На рис. 5.5 показаны сходные результаты для полевого транзистора с $p-n$ переходом. Здесь приведена зависимость тока $I_{экв}$ от напряжения стока V_d и две теоретические кривые, одна из которых (А) не учитывает влияния последовательных сопротивлений канала, а при построении второй (Б) этот эффект принят во внимание. Кривая Б хорошо совпадает с экспериментальными данными, свидетельствуя о том, что тепловой шум ка-

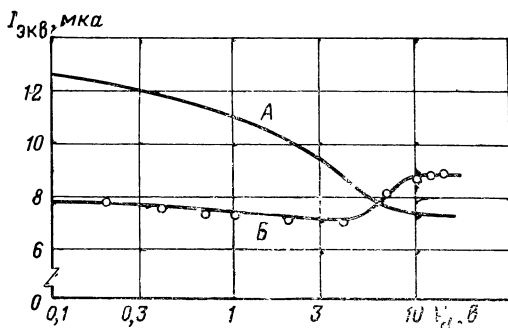


Рис. 5.5. Теоретические (—) и экспериментальные (°) зависимости $I_{\text{экв}}$ от V_d для ПТ № 2 [41] на частоте 25 кГц:

$$A - I_{\text{экв}} = (2kT/q) Q(y, z) g_{\text{макс}};$$

$$Б - I_{\text{экв}} = (2kT/q) Q'(y, z) g_{\text{макс}} / (1 + g_{\text{макс}} r_s);$$

$$Q(y, z) = \frac{(y-z) - (4/3)(y^{3/2} - z^{3/2}) + (1/2)(y^2 - z^2)}{(1 - z^{1/2}) [(y-z) - (2/3)(y^{3/2} - z^{3/2})]};$$

$$Q'(y, z) = \frac{[Q(y, z) + g_{\text{макс}} r_s + g_0^2 r_d / g_{\text{макс}}] (1 + g_{\text{макс}} r_s)}{(1 + g_{\text{макс}} r_s + g_0 r_d)^2}.$$

Здесь r_s и r_d — последовательные сопротивления неуправляемых частей канала со стороны истока и стока соответственно.

нала плюс тепловой шум последовательных сопротивлений могут объяснить результаты эксперимента.

Другой способ представления шума имеет большее практическое значение для разработчиков схем. Поскольку прибор практически всегда используется в режиме насыщения, можно написать

$$\overline{(i_d^2)}_{\text{нас}} = \alpha_{\text{нас}} \cdot 4kT g_{\text{макс}} \Delta f. \quad (5.40)$$

Для полевого транзистора с p - n переходом при пренебрежении последовательными сопротивлениями и для МОП-транзистора с высокоомной подложкой $g_{\text{макс}} = g_0$, и в этом случае,

$$\alpha_{\text{нас}} = \gamma_{\text{нас}}. \quad (5.40a)$$

Но для МОП-транзистора с подложкой более высокой проводимости

$$g_{\text{макс}} < g_{d0} \text{ и } \alpha_{\text{нас}} = \gamma_{\text{нас}} g_{d0} / g_{\text{макс}}, \quad (5.40б)$$

так что в этом случае $\alpha_{\text{нас}} > \gamma_{\text{нас}}$.

Величина $\alpha_{\text{нас}}$ связана с эквивалентным шумовым сопротивлением прибора. Приравняем

$$\overline{(i_d^2)}_{\text{нас}} = 4kTR_n \Delta f g_{\text{макс}}^2,$$

и тогда

$$R_n = \alpha_{\text{нас}} / g_{\text{макс}} \quad \text{или} \quad \alpha_{\text{нас}} = R_n g_{\text{макс}}, \quad (5.41)$$

так что $\alpha_{\text{нас}}$ может быть вычислено по результатам измерений шумового сопротивления [38].

Таким образом, МОП-транзистор, изготовленный на подложке с высокой проводимостью, имеет большее шумовое сопротивление R_n , чем МОП-транзистор, выполненный на подложке с меньшей проводимостью, если только оба прибора имеют сравнимые значения крутизны $g_{\text{макс}}$ в режиме насыщения.

В. Наведенный шум затвора в полевых транзисторах

На высоких частотах существующее в канале распределенное шумовое напряжение за счет емкостной связи с затвором увеличивает шумовой ток, протекающий через затвор. Помимо источника шума i_d (шум стока) приходится вводить частично коррелированный источник шума i_g (шум затвора) и вычислять $\overline{i_d^2}$, $\overline{i_g^2}$ и $\overline{i_g i_d^*}$.

Вычисления проводятся следующим образом. Канал и затвор в полевом транзисторе с p - n переходом либо канал, затвор и подложку в МОП-транзисторе можно рассматривать как активную распределенную RC -линию, возбуждаемую либо переменным напряжением затвора v_g , если требуется найти крутизну на высокой частоте, либо шумовой э. д. с. ΔV_{x0} на участке между x_0 и $x_0 + \Delta x_0$, если требуется определить шумовые характеристики. Роль исходного выполняет волновое уравнение активной распределенной RC -линии [см. [111] гл. 18], которое для МОП-транзистора с высокоомной подложкой может быть представлено в виде

$$\frac{d^2}{dx^2} [g(V_0) \Delta V(x)] = j\omega C_{\text{окс}} \Delta V(x), \quad (5.42)$$

где $\Delta V(x)$ — распределение переменного напряжения вдоль канала, ω — ширина канала и $C_{\text{окс}}$ — емкость оксидного слоя на единицу поверхности. Несколько бо-

лее сложное выражение справедливо для МОП-транзисторов с подложками большей проводимости. Для полевого транзистора с p - n переходом

$$\frac{d^2}{dx_2} [g(W_0) \Delta W(x)] = \frac{j\omega \rho_0 \omega a}{V_{00}^{1/2} W_0^{1/2}(x)} \Delta W(x), \quad (5.43)$$

где $\rho_0 = qN_a$ — плотность заряда в области пространственного заряда, ω — ширина канала, $2a$ — ширина открытого канала, V_{00} — напряжение отсечки, $W_0(x)$ — постоянное смещение между каналом и затвором и $\Delta W(x)$ — переменное напряжение между каналом и затвором.

Эти уравнения могут быть решены с помощью специальных трансцендентных функций [42] или путем разложения в ряд

$$\Delta V(x) = \Delta V_0(x) + j\omega \Delta V_1(x) + (j\omega)^2 \Delta V_2(x). \quad (5.44)$$

Подставляя этот ряд в (5.42) или аналогичный ему ряд в (5.43) и полагая равными нулю коэффициенты при степенях $(j\omega)^n$ выше некоторой выбранной, получаем уравнения нулевого, первого, второго и т. д. до n -го приближения [43]. Последнее обладает тем преимуществом, что дает $\overline{i_g i_a^*}$ и крутизну на высокой частоте $Y_{пр}$ в виде рядов по степеням $j\omega$. А это очень важно для расчета корреляционного адмиттанса $Y_{кор}$ (гл. 7). Выкладки в каждом случае получаются длинные и трудоемкие, и поэтому они здесь опущены.

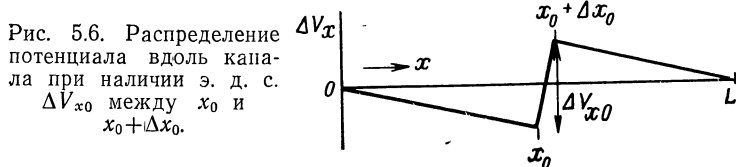
Можно показать, что на высокой частоте крутизна $Y_m = Y_{пр}$ в режиме насыщения описывается достаточно точно выражением

$$Y_m = \frac{g_{\max}}{1 + jf/f_0}, \quad (5.45)$$

где граничная частота по крутизне f_0 несколько выше, чем $g_{\max}/(2\pi C_{gs})$ — граничная частота одного каскада многокаскадного усилителя низкой частоты на полевых транзисторах.

Ограничиваясь низшими показателями степени $j\omega$ в выражении для $\overline{i_g i_a^*}$, можно действовать следующим образом [44]. Решая дифференциальное уравнение нулевого приближения [приравняв нулю правые части уравнений (5.42) или (5.43)], при условии, что э. д. с. теплового

шума ΔV_{x0} сосредоточена на участке от x_0 до $x_0 + \Delta x_0$, а исток и сток закорочены по высокой частоте, находим распределение потенциала (рис. 5.6). Для МОП-транзистора с высокоомной подложкой вычисления этого рас-



пределения потенциала проводятся следующим образом. Согласно (5.42) имеем в нулевом приближении

$$\frac{d^2}{dx^2} [g(V_0) \Delta V_0(x)] = 0 \quad (5.42a)$$

с начальными условиями $\Delta V_0(0) = \Delta V_0(L) = 0$. Следовательно, интегрируя один раз и принимая во внимание (5.33), получаем

$$\frac{d}{dx} [g(V_0) \Delta V_0(x)] = \Delta I_d(t), \quad (5.42b)$$

где ток $\Delta I_d(t)$ течет от стока к истоку. Следовательно, если изменить направление тока, выбранное за положительное, так что $\Delta I_d(t)$ будет протекать теперь от истока к стоку, и далее из стока, то после интегрирования имеем

$$g(V_0) \Delta V_0 = -\Delta I_d(x) \quad \text{при } 0 < x < x_0, \quad (5.46)$$

$$g(V_0) \Delta V_0 = -\Delta I_d(x-L) \quad \text{при } x_0 + \Delta x_0 < x < L.$$

Учитывая, что на участке между x_0 и $x_0 + \Delta x_0$ напряжение меняется на ΔV_{x0} , легко находим

$$\Delta I_d(t) = [g(V_0)/L] \Delta V_{x0}. \quad (5.46a)$$

Из предыдущего анализа следует, что (5.46) и (5.46a) справедливы также для полевого транзистора с p - n переходом.

После того, как $\Delta I_d(t)$ и $\Delta V_0(x)$ вычислены, поступаем следующим образом. Пусть снова $C(x)$ — емкость на единицу площади между каналом и затвором, а w — ширина канала. Тогда в результате изменения потенциала $\Delta V_0(x)$ в затворе появляется заряд $d\Delta Q_g =$

$= -wC(x)dx\Delta V_0(x)$. Отсюда суммарный заряд, введенный в затвор, составляет

$$\Delta Q_g(t) = -w \int_0^L C(x) \Delta V_0(x) dx, \quad (5.47)$$

где L — длина канала. Это выражение легко вычисляется.

Следовательно, можно найти ток, *втекающий* в затвор, равный $d\Delta Q_g/dt$. Как следует из (5.47), величина $\Delta Q_g(t)$ связана с $C_{g0} = w \int_0^L C(x) dx$, которая, в свою очередь, связана с емкостью C_{gs} прибора, но не равна ей.

Подвергая полученный результат анализу Фурье и вводя фурье-компоненты Δi_g и Δi_d шумов затвора и стока, вызванных э.д.с. ΔV_{x0} , а также учитывая что $\overline{\Delta v_{x0}^2} = 4kT\Delta x\hbar/g(V_0)$, можно найти $\overline{\Delta i_g^2}$, $\overline{\Delta i_d^2}$ и $\overline{\Delta i_g \Delta i_d^*}$. Суммируя вклады от всех участков Δx , что соответствует интегрированию этих выражений по x , получаем $\overline{i_g^2}$, $\overline{i_d^2}$ и $\overline{i_g i_d^*}$. Значение $\overline{i_d^2}$ совпадает, конечно, с величиной, найденной в п. Б § 5.2, но два других шумовых параметра — новые. Так как при анализе Фурье d/dt переходит в $j\omega$, а $\Delta Q_g(t)$ связана с входной емкостью C_{gs} , то очевидно, что $\overline{i_g i_d^*}$ изменяется как $j\omega C_{gs}$, а $\overline{i_g^2}$ — как $\omega^2 C_{gs}^2$.

Коэффициент корреляции равен

$$c = \overline{i_g i_d^*} / (\overline{i_g^2} \overline{i_d^2})^{1/2}. \quad (5.48)$$

Вообще говоря, c — комплексная величина. Однако в рамках использованного приближения c — величина чисто мнимая.

Из расчетов, выполненных при принятых допущениях для полевого транзистора с p - n переходом, работающего в режиме насыщения, следует, что с ростом величины $z = (-V_g + V_{\text{диф}})/V_{00}$ $|c|$ монотонно убывает от значения $|c| = 0,445$ при $z = 0$ до $|c| = 0,395$ при $z = 1$. Для МОП-транзистора с высокоомной подложкой $|c| = 0,395$. Для МОП-транзистора с подложкой более высокой проводимости величина $|c|$ приблизительно та же самая [45].

Причину малости $|c|$ легко понять из рис. 5.6. Если точка x_0 находится вблизи истока, то заряд ΔQ_g в затворе имеет обратный знак по сравнению со случаем, когда точка x_0 расположена около стока.

Таким образом, различные сечения канала дают вклады в $\overline{i_g i_d^*}$, которые частично гасят друг друга, тогда как их вклады в $\overline{i_g^2}$ и $\overline{i_d^2}$ всегда имеют один и тот же знак. Поэтому $|c|$ относительно мал.

Поскольку и g_{gs} , и $\overline{i_g^2}$ в широком диапазоне частот изменяются пропорционально ω^2 , представляется удобным ввести эквивалентную шумовую температуру T_{ng} входной проводимости g_{gs} , полагая

$$(\overline{i_g^2})_{\text{нас}} = 4kT_{ng}g_{gs}\Delta f. \quad (5.49)$$

Расчет¹⁾ показывает, что для полевого транзистора с p - n переходом и каналом n -типа при температуре T

$$T_{ng} = T \frac{1 + 9z^{1/2} + \frac{1}{4}15z + 7z^{3/2}}{1 + 8z^{1/2} + 10 \frac{5}{7}z + 4 \frac{2}{7}z^{3/2}}, \quad (5.49a)$$

где $z = (-V_g + V_{\text{диф}})/V_{00}$. При $z=0$ (канал полностью открыт у истока) $T_{ng}=T$, а при $z=1$ (канал перекрыт у истока) $T_{ng}=(4/3)T$ (рис. 5.7).

Для МОП-транзистора с высокоомной подложкой всегда $T_{ng}/T=4/3$. Для МОП-транзистора с подложкой, обладающей более высокой проводимостью, T_{ng}/T имеет приблизительно то же самое значение.

Если переписать (5.49) в виде

$$(\overline{i_g^2})_{\text{нас}} = \alpha_g \cdot 4kTg_{gs}\Delta f \quad \text{или} \quad \alpha_{g_s} = T_{ng}/T, \quad (5.50)$$

получаем параметр, который полезен при вычислении коэффициента шума.

¹⁾ (5.49 а) следует из статьи Ван дер Зила и Эро [43]. Следует лишь учитывать, что в (37 а) этой статьи выражение $\left(\frac{1}{6}z^{1/2} - \frac{1}{6}z^2 + \frac{1}{10}z^{5/2}\right)$ должно иметь знак минус.

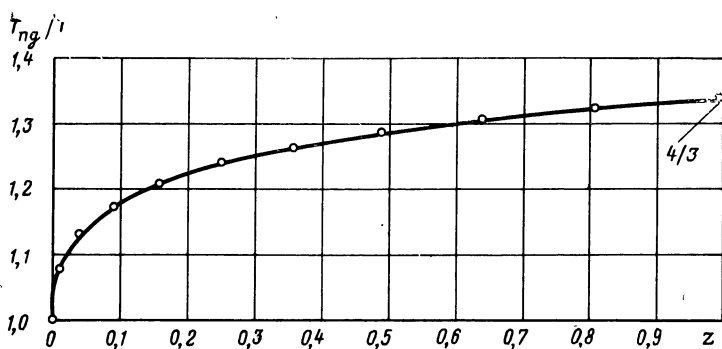


Рис. 5.7. Зависимость T_{ng}/T от $z = (-V_g + V_{диф})/V_{00}$.

Эквивалентные схемы полевого транзистора приведены на рис. 5.8. На рис. 5.8,а принято, что ток i_g втекает в затвор, а i_d вытекает из стока. На рис. 5.8,б ток i_d замещен э. д. с. $e = -i_d/Y_m$, включенной последовательно с затвором. Эквивалентные схемы получены в предположении, что емкость C_{dg} обратной связи нейтрализована. В этом случае оба варианта эквивалентной схемы аналогичны тем, которые получаются для вакуумного триода при нейтрализации емкости C_{ag} (рис. 6.7, в и г).

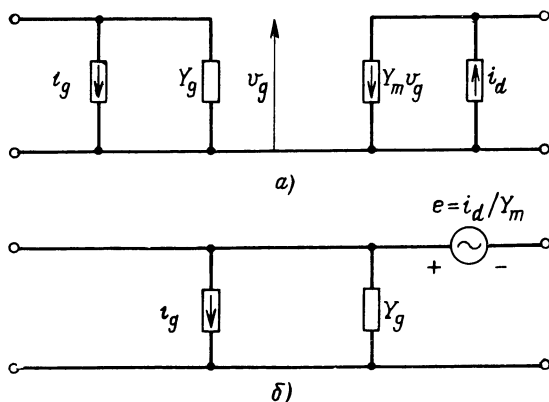


Рис. 5.8. Эквивалентные схемы полевого транзистора: а) с генератором тока стока; б) с генератором э. д. с. затвора.

5.3. ШУМ ГЕНЕРАЦИИ — РЕКОМБИНАЦИИ В ПОЛЕВЫХ ТРАНЗИСТОРАХ

А. Шум генерации — рекомбинации в канале полевых транзисторов с p - n переходом [46]

Согласно (5.25) ток I_d в полевом транзисторе с каналом n -типа равен

$$I_d = g(W_0) dW_0/dx, \quad (5.51)$$

где $W_0(x)$ — смещение между каналом и затвором на расстоянии x от истока, а $g(W_0)$ — удельная проводимость канала в этой точке. В силу (5.46а) шумовой ток ΔI_d , обусловленный э. д. с. ΔW_{x0} , действующей между сечениями x и $x + \Delta x$, составляет

$$\Delta I_d = [g(W_0)/L] \Delta W_{x0}, \quad (5.52)$$

где L — длина канала. Сопротивление ΔR слоя Δx равно

$$\Delta R = \Delta x / g(W_0), \quad \text{где } g(W_0) = q\mu \Delta N / \Delta x. \quad (5.53)$$

Здесь ΔN — число носителей в слое Δx .

Шум генерации — рекомбинации ΔN происходит за счет малых случайных изменений $\delta \Delta N$. Это служит причиной флуктуации $\delta \Delta R$ сопротивления ΔR :

$$\delta \Delta R = -\frac{\Delta x}{g} \frac{\delta g}{g} = -\frac{\Delta x}{g} \frac{\delta \Delta N}{\Delta N}, \quad (5.54)$$

так как $\delta g = q\mu \delta \Delta N / \Delta x$. Флуктуация $\delta \Delta R$, в свою очередь, увеличивает шумовую э. д. с.

$$\Delta W_{x0} = I_d \delta \Delta R = -\frac{I_d \Delta x}{g(W_0)} \frac{\delta \Delta N}{\Delta N}, \quad (5.55)$$

что в конечном итоге приводит к шумовому току стока [ср. с (5.52)]

$$\Delta I_d(t) = (I_d \Delta x / L \Delta N) \delta \Delta N(t). \quad (5.56)$$

Когда $\delta \Delta N(t)$ затухает по чисто экспоненциальному закону с постоянной времени τ , функция автокорреляции процесса равна

$$\begin{aligned} \overline{\delta \Delta N(t) \delta \Delta N(t+s)} &= \overline{\delta \Delta N^2} \exp(-s/\tau) = \\ &= \alpha \Delta N \exp(-s/\tau), \end{aligned} \quad (5.57)$$

где α определяется соотношением

$$\overline{\delta \Delta N^2} = \alpha \Delta N. \quad (5.57a)$$

Отсюда функция автокорреляции $\Delta I_d(t)$

$$\begin{aligned} \overline{\Delta I_d(t) \Delta I_d(t+s)} &= \frac{\alpha I_d^2 \Delta x^2}{L^2 \Delta N} \exp(-s/\tau) = \\ &= \frac{q\mu I_d \alpha}{L^2} \Delta W_0 \exp(-s/\tau) \end{aligned} \quad (5.58)$$

на основании (5.56) и (5.57), поскольку $\Delta x = g(W_0) \Delta W_0 / I_d$ согласно (5.51) и $g(W_0) = q\mu \Delta N / \Delta x$.

Применяя теорему Винера—Хинчина, находим, что $\Delta I_d(t)$ имеет спектральную плотность $\Delta S_i(f)$ вида

$$\Delta S_i(f) = \frac{4q\mu I_d \alpha}{L^2} \frac{\tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \Delta W_0, \quad (5.59)$$

и, следовательно, интегрируя по x или по $W_0(x)$, получаем для полного шумового спектра $S_i(f)$ шума стока, обусловленного процессами генерации — рекомбинации,

$$S_i(f) = \frac{4q\mu \alpha}{L^2} I_d V_d \frac{\tau}{1 + \omega^2 \tau^2}, \quad (5.60)$$

где V_d — напряжение стока. Этот вывод справедлив для канала n -типа, в котором α и τ не зависят от x .

Хотя уравнение (5.60) справедливо для ненасыщенного режима, можно заметить, что его правая часть достигает некоторого предельного значения $S_i(f)$, соответствующего режиму насыщения.

Для того, чтобы применять полученные результаты в различных случаях, необходимо вычислить соответствующие им α и τ . Выберем в качестве первого примера канал с глубоко лежащими донорными уровнями. Такой же эффект имеет место в канале с мелкими уровнями при низких температурах¹⁾.

Согласно (2.64) имеем в этом случае

$$g(N) = \gamma(N_d - N), \quad r(N) = \rho N^2, \quad (5.61)$$

¹⁾ Имеется в виду резкое снижение степени ионизации донорной примеси с понижением температуры. Аналогичный эффект наблюдается при увеличении энергетического барьера между дном зоны проводимости и примесными уровнями. (*Прим. перев.*)

где N_d число доноров в образце, N — число свободных электронов, а γ и ρ — константы. В равновесном состоянии $N=N_0$ и $g(N_0)=r(N_0)$ или $\gamma(N_d-N_0)=\rho N_0^2$, так что

$$\tau = \frac{1}{2\rho N_0 + \gamma} = \frac{N_d - N_0}{\rho N_0 (2N_d - N_0)}, \quad (5.61a)$$

$$\text{var } N_0 = \frac{N_0 (N_d - N_0)}{2N_d - N_0} = \alpha N_0 \text{ или } \alpha = \frac{N_d - N_0}{2N_d - N_0}. \quad (5.61b)$$

Когда эффект лишь начинает проявляться, разность $N_d - N_0$ невелика и соответственно τ настолько мало, что шумовой спектр практически белый. На рис. 5.9 показана

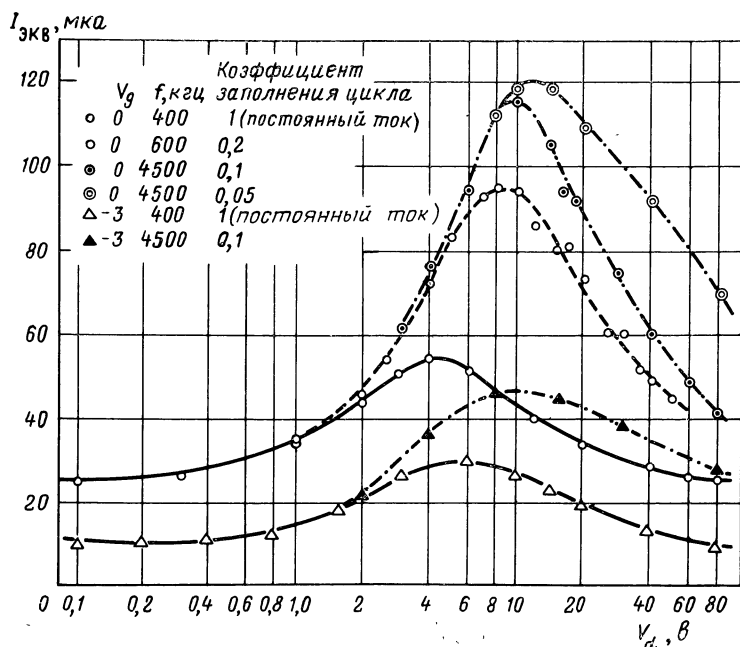


Рис. 5.9. Импульсные шумовые измерения образца № 44 полевого транзистора при $T=77^\circ\text{K}$ [50].

ны результаты измерений, выполненных Шойи (M. Shoji) при температуре около 77°K . Такая же картина должна иметь место во всех кремниевых полевых транзисторах с p - n переходом при достаточно низких температурах. Чтобы заметить данный эффект в германии, приходится

очень сильно понижать температуру, так как германий имеет гораздо более мелкие донорные уровни, чем кремний.

В качестве второго примера рассмотрим канал с ловушками и донорами. Пусть образец содержит N_{t0} ловушек и N_d доноров, причем $N_{t0} > N_d$. Примем, что все донорные уровни свободны, а носители распределены между ловушками и зоной проводимости. Тогда

$$g(N) = \gamma N_t, \quad r(N) = \rho N (N_{t0} - N_t), \quad N_t + N = N_d, \quad (5.62)$$

где N — число свободных носителей, N_t — число носителей, захваченных ловушками, γ и ρ — константы. Выражение для $g(N)$ говорит само за себя: $g(N)$ должно быть пропорционально числу захваченных носителей. Выражение для $r(N)$ тоже очевидно, поскольку $r(N)$ пропорционально как числу свободных носителей N , так и числу $N_{t0} - N_t$ пустых ловушек. Следуя методике, изложенной в § 2.4, и исключая N_t путем подстановки $N_t = N_d - N$, получаем

$$\tau = \frac{1}{\gamma} \frac{N_0 (N_{t0} - N_d + N_0)}{N_0 (N_{t0} - N_d + N_0) + (N_d - N_0) (N_{t0} - N_d + 2N_0)}, \quad (5.62a)$$

$$\text{var } N = \frac{N_0 (N_{t0} - N_d + N_0) (N_d - N_0)}{N_0 (N_{t0} - N_d + N_0) + (N_d - N_0) (N_{t0} - N_d + 2N_0)} = \alpha N_0. \quad (5.62b)$$

Когда эффект уже начинает проявляться, а $N_d - N_0$ все еще относительно мало, уравнения (5.62a) и (5.62b) могут быть аппроксимированы как

$$\tau \cong \frac{1}{\gamma} = \tau_0 \exp\left(\frac{qE_t}{kT}\right), \quad \alpha = \frac{N_d - N_0}{N_0}, \quad (5.62b)$$

где τ_0 — константа, а E_t — разность энергий в электрон-вольтах между уровнем ловушки и дном зоны проводимости.

Если обсуждаемый эффект имеет место при низких температурах, то он может характеризоваться постоянной времени, которая существенно зависит от температуры. На рис. 5.10 приведены результаты измерений,

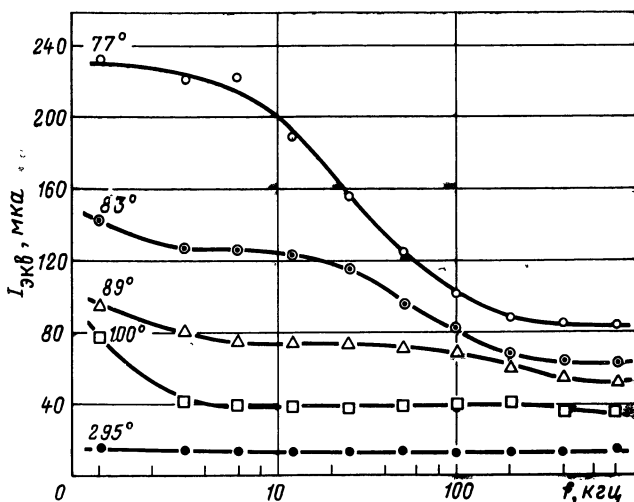


Рис. 5.10. Температурная зависимость шумового спектра образца (№ 1) полевого транзистора [50].

выполненных Шойи на специально отобранном кремниевом транзисторе. При надлежащем конструировании эффект не должен наблюдаться.

Б. Шум, обусловленный ловушками в областях пространственного заряда полевых транзисторов

Согласно Са (С. Т. Sah) [47] флуктуация числа занятых ловушек в области пространственного заряда модулирует ширину этой области и, следовательно, ширину канала. В результате флуктуирует сопротивление любого участка Δx канала, а это, в свою очередь, за счет постоянного тока, протекающего по каналу, приводит к флуктуирующей э. д. с. на участке Δx . Последняя вызывает флуктуации тока стока. Суммируя вклады всех участков Δx , получаем полный эффект флуктуации тока стока. Вычислим его для полевого транзистора с p - n переходом и каналом n -типа. (Сходный эффект имеет место в области пространственного заряда МОП-транзистора [48].)

1. Рассмотрим канал n -типа длиной L , шириной w и высотой $2a$. В элементе объема $\Delta V = \Delta x_1 \Delta y_1 w$ (ось X перпендикулярна истоку и стоку, а ось Y перпендикулярна оси X , как показано на рис. 5.11) в окрестности точки (x_1, y_1) в области пространственного заряда будет ΔN_t носителей, захваченных ловушками. Это число флуктуи-

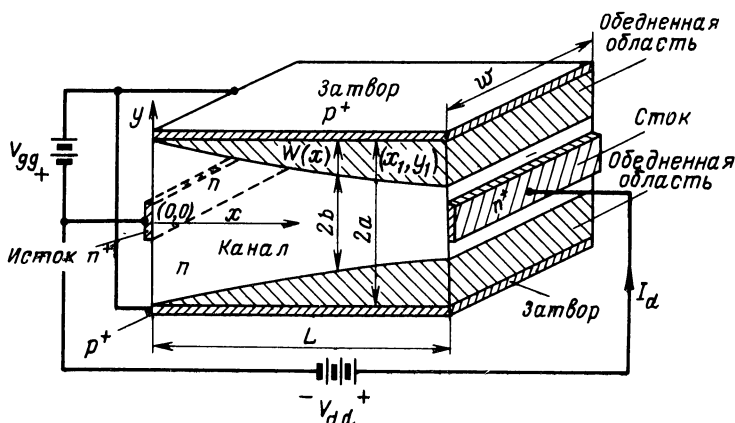


Рис. 5.11. Поперечное сечение полевого транзистора.

Прибор: высота — $2a$, длина — L , ширина — w ; канал: высота — $2b$, длина — L , ширина — w . Ток течет в направлении L , w велико по сравнению с a и b , a и b полагаются неизменными вдоль канала.

рует со спектральной плотностью $\delta \Delta N_t$, приближенно описываемой выражением для шума токораспределения [ср. (2.43) при $\text{var } n_c = 0$] вида

$$S_{\Delta N_t}(f) = 4n_T f_t (1 - f_t) \Delta V \tau_t / (1 + \omega^2 \tau_t^2), \quad (5.63)$$

где n_T — плотность ловушек, так что $\overline{\Delta N_t} = n_T \Delta V$, f_t доля занятых ловушек, а τ_t — постоянная времени ловушек.

2. Флуктуирующее заполнение ловушек модулирует ширину $2b$ проводящего канала на величину $2\delta b$. Можно показать, что

$$\delta b = - \frac{\delta \Delta N_t}{N_d \Delta x_1 w} \left(\frac{a - y_1}{a - b} \right). \quad (5.64)$$

Это вытекает из следующих соображений. $\delta b(x)$ определяется путем решения уравнения Пуассона

$$\nabla^2 \psi = - \frac{q}{\epsilon_0} \left[N_d - \frac{\delta \Delta N_t}{\Delta x_1 \Delta y_1 w} f(x - x_1) f(y - y_1) \right] \quad (5.64a)$$

для этой области. Здесь N_d — концентрация доноров, а $f(x-x_1)$ и $f(y-y_1)$ равны единице в пределах элемента объема ΔV и равны нулю вне его. Хотя задача является двумерной, она может быть приближенно решена как одномерная, если предположить, что $|d\psi/dx| \ll |d\psi/dy|$ и $|d^2\psi/dx^2| \ll |d^2\psi/dy^2|$ соответственно, а $\delta b(x) = \delta b$ в пределах интервала $x_1 < x < x_1 + \Delta x_1$ и равно нулю вне его. Тогда уравнение Пуассона для участка от x_1 до $x_1 + \Delta x_1$ может быть переписано в виде

$$\frac{d^2\psi}{dy^2} = -\frac{q}{\epsilon\epsilon_0} \left[N_d - \frac{\delta N_t}{\Delta x_1 \Delta y_1 w} f(y - y_1) \right] \quad (5.646)$$

с начальными условиями $\psi=0$ и $d\psi/dy=0$ при $y=b+\delta b$ и $\psi=V_g - V_{\text{диф}}$ при $y=a$. Решение этого уравнения приводит к выражению (5.64).

3. Флуктуация δb служит причиной флуктуации $\delta \Delta R$ сопротивления ΔR участка Δx_1 . Поскольку

$$\Delta R = \Delta x_1 / 2q\mu_n N_d b w,$$

где μ_n — подвижность носителей, имеем

$$\delta \Delta R = -\Delta R \frac{\delta b}{b} = -\frac{\delta N_t}{2q\mu_n N_d^2 w^2} \frac{a - y_1}{(a - b) b^2}. \quad (5.65)$$

4. Флуктуация $\delta \Delta R$ сопротивления приводит к флуктуирующей э. д. с. $\delta \Delta W_0 = I_d \delta \Delta R$, развиваемой на участке Δx , что в свою очередь вызывает на выходе флуктуирующий ток $\delta \Delta I_d = g(W_0) \delta \Delta W_0 / L$, где L — длина канала. Поэтому подстановка $g(W_0)$ дает

$$\delta \Delta I_d = \frac{2q\mu_n N_d w}{L} b \delta \Delta W_0 = \frac{I_d}{N_d w L} \frac{a - y_1}{(a - b) b} \delta \Delta N_t. \quad (5.66)$$

5. Выполняя анализ Фурье, получаем спектральную плотность

$$\Delta S_{I_d}(f) = \frac{I_d^2}{N_d^2 w L^2} 4n_T f_t (1 - f_t) \left(\frac{\tau_t}{1 + \omega^2 \tau_t^2} \right) \frac{(a - y_1)^2}{(a - b)^2 b^2} \Delta x_1 \Delta y_1. \quad (5.67)$$

Это выражение далее следует проинтегрировать по всей обедненной области: $b < y_1 < a$, $0 < x_1 < L$. Вместо x_1

удобно с помощью соотношения (5.51) ввести новую переменную W_0 — напряжение смещения между каналом и затвором:

$$\Delta x_1 = (2q\mu_n N_d w b / I_d) \Delta W_0.$$

Предполагая, что $f_t(1-f_t)$ и τ_t не зависят от y_1 и x_1 , и выполняя интегрирование, находим

$$S_{I_d}(f) = \frac{8q\mu_n W_{00} I_d}{3L^2 N_d} n_T f_t (1 - f_t) \left(\frac{\tau_t}{1 + \omega^2 \tau_t^2} \right) \times \\ \times \left[-(y - z) - 2(y^{1/2} - z^{1/2}) - 2 \ln \left(\frac{1 - y^{1/2}}{1 - z^{1/2}} \right) \right], \quad (5.68)$$

где $y = (-V_g + V_{\text{диф}} + V_d) / W_{00}$, $z = (-V_g + V_{\text{диф}}) / W_{00}$, а W_{00} — напряжение отсечки.

Отсюда вытекает логарифмическая расходимость при $y \rightarrow 1$ (насыщение). В экспериментах $S_{I_d}(f)$ сходится к конечной величине (см. рис. 5.13).

Существуют три возможных уточнения этого результата, не связанных с привлечением функциональной зависимости $S_{I_d}(f)$ от y и z .

а) Флуктуация δb , определяемая выражением (5.64), была вычислена для одной стороны канала. Поскольку обе стороны имеют независимые флуктуации δb_1 и δb_2 , а полная ширина канала равна $2b$, получим

$$2\delta b = \delta b_1 + \delta b_2, \quad \overline{\delta b^2} = (1/4)(\overline{\delta b_1^2} + \overline{\delta b_2^2}). \quad (5.69)$$

Поэтому правую часть (5.68) следовало бы разделить на 4 при $\overline{\delta b_1^2} \ll \overline{\delta b_2^2}$ и на 2, если $\overline{\delta b_1^2} = \overline{\delta b_2^2}$.

б) Произведение $f_t(1-f_t)$ не независимо от y_1 , но очень мало, за исключением окрестности точки $y_1 = y_0$, где квазиуровень Ферми ловушек пересекает уровень захватывания. В этой точке $f_t(1-f_t)$ имеет свое максимальное значение $1/4$. При $y < y_0$ и $y > y_0$ функция $f_t(1-f_t)$ быстро стремится к нулю. Коррекцию ввести несложно.

в) Часто можно встретить некоторое распределение постоянных времени τ_t вместо одного единственного зна-

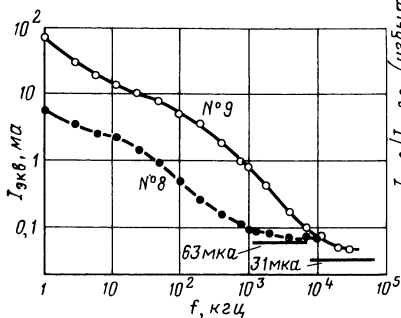


Рис. 5.12. Зависимость эквивалентного шумового тока $I_{\text{экв}}$ от частоты для полевых транзисторов № 8 (кремний) и № 9 (германий).

В этих приборах ранних выпусков эффект проявляется очень сильно. Современные приборы имеют лучшие показатели. Горизонталы показывают соответствующие теоретические уровни шумового тока [51].

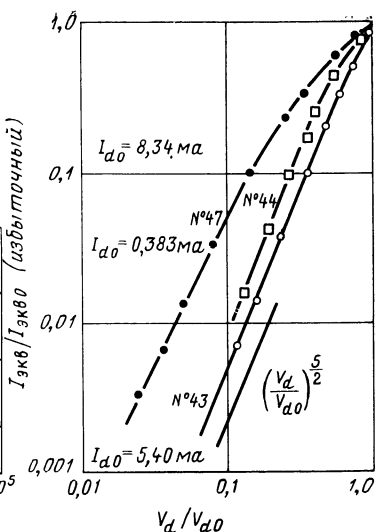


Рис. 5.13. Зависимость $I_{\text{экв}}/I_{\text{экв}0}$ от V_d/V_{d0} для нескольких полевых транзисторов с $p-n$ переходом, изготовленным методом диффузии.

$I_{\text{экв}0}$ и I_{d0} соответствуют режиму насыщения [52].

чения. В таком случае вместо спектра типа $\text{const}/(1 + \omega^2 \tau_t^2)$ получается какой-то «размазанный» спектр (рис. 5.12).

На рис. 5.13 показана нормированная зависимость шума от напряжения на стоке. Здесь V_{d0} и $I_{\text{экв}0}$ — значения напряжения стока и эквивалентного тока насыщенного диода, характеризующего шум, в режиме насыщения. При малых значениях V_d/V_{d0} отношение $I_{\text{экв}}/I_{\text{экв}0}$ изменяется как $(V_d/V_{d0})^{5/2}$ что можно ожидать из разложения выражения (5.68) в ряд Тейлора по y . (Заметим, что при малых V_d/V_{d0} величина I_d изменяется как V_d/V_{d0} .) Из рис. 5.13 следует, что $I_{\text{экв}}$ сходится к конечной величине. Отсутствие расходимости $S_{I_d}(f)$ обусловлено тем, что подвижность носителей зависит от поля.

ДРОВОВОЙ ШУМ, ШУМ ТОКОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ И ФЛИККЕР-ШУМ [24, 60—70]

6.1. ДРОВОВОЙ ШУМ В ТВЕРДОТЕЛЬНЫХ ПРИБОРАХ [24]

Протекание тока в диодах типа металл—полупроводник¹⁾ является обычно диффузионным процессом, и шум, связанный с ним, является диффузионным шумом. Можно показать, что этот шум может быть также представлен как шум эмиссии через потенциальные барьеры, и, поскольку акты пересечения носителями потенциальных барьеров образуют последовательность независимых случайных событий, можно ожидать полного дробового шума.

Ток в p - n переходах протекает благодаря инжекции неосновных носителей в базовую область и их последующей диффузии и рекомбинации. Точный способ описания этого шума был бы связан с введением источников диффузионного шума и шума генерации — рекомбинации неосновных носителей; этот метод назван *коллективным* и рассмотрен в приложении П.2. Но и в этом случае можно показать, что шум можно рассматривать как процесс, связанный с прохождением носителей через потенциальные барьеры, и, поскольку акты прохождения образуют последовательность независимых случайных событий, можно снова ожидать полного дробового шума. Такой подход назван *корпускулярным*. В приложении П.2 показано, что он полностью эквивалентен коллективному.

А. Дробовой шум в диодах типа металл — полупроводник [71] и в p - n переходах

Протекание тока в диодах типа металл — полупроводник связано с *основными* носителями и является быстрым процессом. Необходимо рассматривать два класса носителей (рис. 6.1,а):

¹⁾ Такие диоды еще называют диодами с барьером Шоттки.
(Прим. ред.)

1. Носители, перемещающиеся из металла в полупроводник. Они всегда должны пересекать барьер одной и той же высоты E_0 , и, следовательно, ток ($-I_0$), связанный с ними, слабо зависит от приложенного напряжения V .

2. Носители, перемещающиеся из полупроводника в металл. Если к металлу приложено напряжение V , то высота барьера для этих носителей равна $q(V_{\text{диф}} - V)$, где $V_{\text{диф}}$ — диффузионная разность потенциалов контакта. Поэтому ток, обусловленный этой группой носителей,

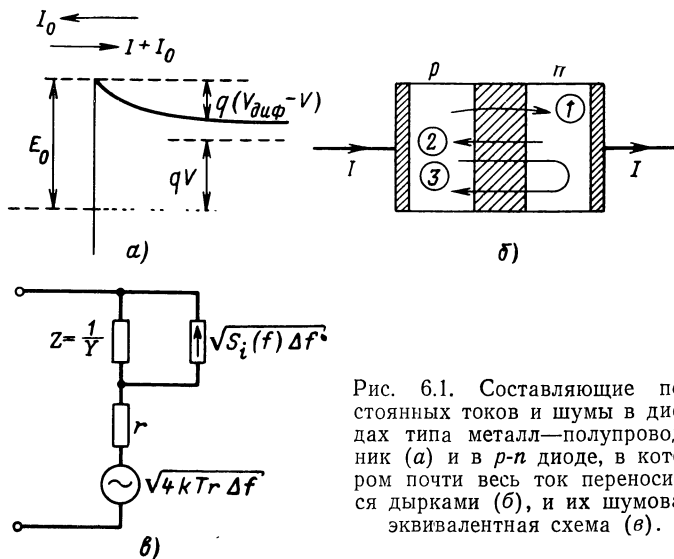


Рис. 6.1. Составляющие постоянных токов и шумы в диодах типа металл—полупроводник (а) и в p - n диоде, в котором почти весь ток переносится дырками (б), и их шумовая эквивалентная схема (в).

может быть записан в виде $C \exp[-q(V_{\text{диф}} - V)/kT]$, где C так же слабо зависит от приложенного напряжения V , как и I_0 . Но известно, что полный ток I равен нулю при нулевом напряжении смещения V . При этом смещении $I_0 = C \exp(-qV_{\text{диф}}/kT)$, и следовательно,

$$I = I_0(V) [\exp(qV/kT) - 1]. \quad (6.1)$$

При рассмотрении шума надо иметь в виду, что протекают два тока: $-I_0$ и $I_0 \exp(qV/kT) = I + I_0$, и каждый из них должен сопровождаться полным дробовым шумом. Следовательно,

$$S_i(f) = 2q[(I + I_0) + I_0] = 2q(I + 2I_0). \quad (6.2)$$

Поскольку низкочастотная проводимость может быть записана в виде

$$g_0 = \frac{dI}{dV} \cong \frac{q}{kT} I_0 \exp\left(\frac{qV}{kT}\right) = \frac{q}{kT} (I + I_0), \quad (6.3)$$

равенство (6.2) можно преобразовать в

$$S_i(f) = 2kTg_0(I + 2I_0)/(I + I_0), \quad (6.3a)$$

что соответствует полному тепловому шуму при $I=0$ и половине теплового шума при $I \gg I_0$. Это важно для понимания шумовых характеристик твердотельных диодных смесителей.

Так как прохождение носителей через барьер является очень быстрым процессом, влияния времени переноса следует ожидать лишь на весьма высоких частотах. К сожалению, задача о влиянии времени переноса еще не решена.

В диоде с p - n переходом протекание тока через барьер обусловлено неосновными носителями. Если p -область имеет существенно большую проводимость, чем n -область, то практически весь ток переносится дырками. В таких диодах необходимо рассматривать три класса дырок (рис. 6.1,б) [72]:

1. Дырки, инжектированные из p -области в n -область и либо рекомбинирующие там, либо достигающие омического контакта. Эти носители должны пересекать потенциальный барьер высотой $q(V_{\text{диф}} - V)$, где V — приложенное напряжение, а $V_{\text{диф}}$ — диффузионная разность потенциалов перехода. Поэтому ток, обусловленный этой группой дырок, должен быть равен $C \exp[-q(V_{\text{диф}} - V)/kT]$, где C — некоторая постоянная.

2. Дырки, генерируемые в n -области и попадающие в p -область. Так как эти носители *падают* с потенциального барьера, связанный с ними ток ($-I_0$) не зависит от V .

3. Дырки, инжектированные в n -область и возвращающиеся в p -область, прежде чем они рекомбинируют или попадут на омический контакт. Они не дают вклада в постоянный ток, но, как мы увидим далее, способствуют появлению высокочастотной проводимости диода.

Как уже отмечалось, полный ток $I=0$ при $V=0$. Следовательно, $I_0 = C \exp(-qV_{\text{диф}}/kT)$ и

$$I = I_0 \left[\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right]. \quad (6.4)$$

Это равенство остается справедливым, если часть тока переносится электронами.

Низкочастотная проводимость диода g_0 равна

$$g_0 = \frac{dI}{dV} = \frac{qI_0}{kT} \exp \frac{qV}{kT} = \frac{q}{kT} (I + I_0). \quad (6.5)$$

На высоких частотах полная проводимость диода $Y = g + jb$ становится комплексной, и высокочастотная активная проводимость увеличивается с ростом частоты. Более подробное решение задачи о диффузии показывает, что в «длинном» диоде¹⁾ (т. е. в диоде, в котором неосновные носители практически не достигают омических контактов,

$$Y = g + jb = g_0 (1 + j\omega\tau_p)^{1/2}. \quad (6.6)$$

Здесь τ_p — время жизни дырок в n -области.

Рассмотрим происхождение такой частотной зависимости Y . Импульсы тока, обусловленные носителями групп 1 и 2, весьма коротки, и поэтому модуляция их числа приложенным напряжением не может вызывать такой частотной зависимости Y . Это означает, что часть полной высокочастотной проводимости $Y - g_0$ должна быть отнесена за счет дырок группы 3. Она получается из-за того, что импульсы тока, вызванные дырками группы 3, состоят из двух коротких всплесков противоположной полярности, разделенных случайным интервалом задержки τ , соответствующим времени, в течение которого дырка находится в n -области. Поэтому модуляция числа дырок этой группы приложенным напряжением дает вклад $Y - g_0$ в полную высокочастотную проводимость.

Обратимся теперь к шуму. На относительно низких частотах он должен быть полным дробовым шумом токов $I + I_0$ за счет дырок группы 1, и $-I_0$ из-за дырок группы 2, так что

$$S_i(f) = 2q[(I + I_0) + I_0] = 2q(I + 2I_0). \quad (6.7)$$

¹⁾ Такие диоды еще называют диодами с толстой базой. Если в базе имеется тормозящее поле, то такие диоды называют диодами с накоплением заряда [124]. Именно в диодах с накоплением заряда наиболее сильно проявляется роль дырок группы 3. (*Прим. ред.*)

Использование (6.5) приводит к эквивалентному выражению

$$S_i(f) = 2kTg_0(I + 2I_0)/(I + I_0), \quad (6.7a)$$

соответствующему полному тепловому шуму при $I=0$.

На высоких частотах случайные пары импульсов тока, связанные с дырками группы 3, увеличивают шум. Подробный расчет для этого случая [72] дает

$$S_i(f) = 2q(I + 2I_0) + 4kT(g - g_0). \quad (6.76)$$

Это выражение поясняется весьма просто. Первый член представляет собой дробовой шум дырок группы 1 и 2. Второй член возникает из-за дырок группы 3 и соответствует тепловому шуму высокочастотного приращения активной проводимости $g - g_0$, связанной с дырками этой группы. Причина, по которой этот шум следует считать тепловым, состоит в том, что возвращение дырок в p -область происходит благодаря диффузии, а она является тепловым процессом и приводит к тепловому шуму (гл. 5).

Теперь мы должны разграничить случаи низкого и высокого уровней инжекции. Мы сделаем это для p - n переходов. Пусть $p(0)$ — концентрация дырок на краю области пространственного заряда в базе n -типа, N_d — концентрация доноров в n -области. Если $p(0) \ll N_d$, то говорят о *низком уровне инжекции*, и в этом случае справедлива изложенная ранее теория. Если $p(0) \gg N_d$, то говорят о *высоком уровне инжекции*; в этом случае упомянутая теория неверна, так как случайные события уже не являются независимыми. Рассмотрение при этом должно быть основано на коллективном подходе, но с модифицированными источниками шума (см. приложение П.2).

В туннельном диоде ток протекает вследствие квантово-механического эффекта туннельного прохождения электронов *сквозь* потенциальный барьер из валентной зоны в зону проводимости и наоборот. Так как вероятность λ того, что носитель, достигший перехода, может пройти сквозь барьер, весьма мала, акты туннельного прохождения могут рассматриваться как последователь-

ность независимых случайных событий¹⁾. Результирующий ток I является суммой двух, противоположно направленных токов, каждый из которых содержит полный дробовой шум. При нулевом смещении $I=0$ и два противоположных тока равны; так же как и в случае обычного диода, это соответствует полному тепловому шуму дифференциальной проводимости $g_0=dI/dV$. При достаточно большом прямом смещении ($V \gg kT/q$) преобладает электронный ток за счет туннельного прохождения из зоны проводимости в валентную зону. Можно показать, что из-за последнего эффекта ток при увеличении V проходит через максимум и затем уменьшается, что приводит к появлению области отрицательной проводимости, которая с успехом используется в усилителях на туннельном диоде. В этой области ток, связанный с туннельным прохождением из валентной зоны в зону проводимости, пренебрежимо мал, так что диод дает полный дробовой шум

$$S_i(f) = 2qI_d. \quad (6.8)$$

В эквивалентных схемах всех этих приборов необходимо принимать в расчет не только дробовой шум токов, но также и тепловой шум сопротивлений контактов и квазинейтральных областей. Поэтому полная эквивалентная схема выглядит так, как показано на рис. 6.1,в.

Б. Дробовой шум в биполярных транзисторах

Обратимся теперь к биполярному транзистору. Для простоты предположим снова, что практически весь ток переносится дырками. Применяя метод, уже использованный в п. А, мы должны теперь разделить дырки на четыре класса (рис. 6.2,а) [72]:

1. Дырки, инжектируемые эмиттером в базу и собираемые частично коллектором. Они дают вклад $I_{ES} \exp(qV_{EB}/kT)$ в эмиттерный ток I_E , вклад $\alpha_f I_{ES} \exp(qV_{EB}/kT)$ в коллекторный ток I_C , и вклад $(1 - \alpha_f) I_{ES} \exp(qV_{EB}/kT)$ в ток базы I_B . Множитель α_f называется коэффициентом прямого усиления по току.

¹⁾ Из теоремы о шуме распределения следовало бы ожидать $\bar{n} = N\lambda$ и $\text{var } n = N\lambda(1 - \lambda)$, где N — число носителей, подходящих к потенциальному барьеру за секунду, а n — число, проходящих за секунду. Поскольку $\lambda \ll 1$, $\text{var } n \simeq N\lambda = \bar{n}$, что указывает на наличие полного дробового шума.

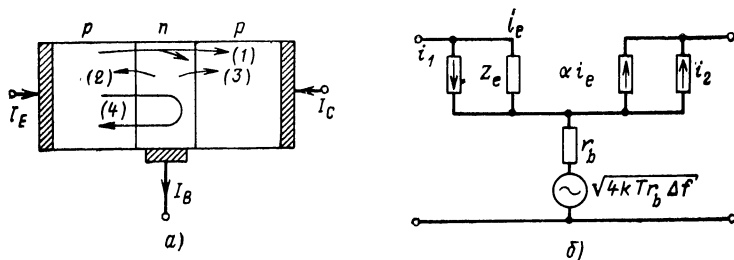


Рис. 6.2. Составляющие постоянных токов и шумы в p - n - p транзисторе, в котором практически весь ток переносится дырками (а), и его эквивалентная схема (б).

2. Дырки, генерируемые в базе и собираемые эмиттером. Они определяют ток I_{BE} , протекающий от базы к эмиттеру.

3. Дырки, генерируемые в базе и собираемые коллектором. Они определяют ток I_{BC} , текущий из базы в коллектор.

4. Дырки, инжектируемые в базу, но возвращающиеся к эмиттеру, прежде чем они попадут на коллектор или рекомбинируют. Как мы сейчас увидим, они дают вклад в переменную составляющую тока эмиттера. Таким образом, мы имеем

$$\begin{aligned}
 I_E &= I_{ES} \exp\left(\frac{qV_{EB}}{kT}\right) - I_{BE}, \\
 I_C &= \alpha_f I_{ES} \exp\left(\frac{qV_{EB}}{kT}\right) + I_{BC} = \\
 &= \alpha_f (I_E + I_{BE}) + I_{BC} = \alpha_f I_E + I_{C0}, \quad (6.9)
 \end{aligned}$$

где

$$I_{C0} = \alpha_f I_{BE} + I_{BC} \quad (6.9a)$$

— ток коллектора при нулевом токе эмиттера, называемый *коллекторным током насыщения*.

Низкочастотная проводимость эмиттера g_{e0} равна

$$g_{e0} = \frac{\partial I_E}{\partial V_{EB}} = \frac{q}{kT} I_{ES} \exp\left(\frac{qV_{EB}}{kT}\right) = \frac{q}{kT} (I_E + I_{BE}), \quad (6.10)$$

низкочастотная переходная проводимость g_{ce0} :

$$g_{ce0} = \frac{\partial I_C}{\partial V_{EB}} = \frac{q}{kT} \alpha_f I_{ES} \exp\left(\frac{qV_{EB}}{kT}\right) = \alpha_f g_{e0}, \quad (6.11)$$

и низкочастотный коэффициент усиления по току α_0 :

$$\alpha_0 = \frac{\partial I_C}{\partial I_E} = \frac{\partial I_C / \partial V_{EB}}{\partial I_E / \partial V_{EB}} = \frac{g_{ce0}}{g_{e0}} = \alpha_f. \quad (6.12)$$

Низкочастотная переходная проводимость обычно называется крутизной и обозначается g_m .

На высоких частотах полная проводимость эмиттера $Y_e = g_e + jb_e$ оказывается комплексной из-за влияния дырок группы 4, дающих вклад ($Y_e - g_{e0}$) в Y_e . Поскольку диффузия является случайным процессом, дырки, инжектируемые эмиттером в момент t , попадают на коллектор с задержкой, имеющей случайный разброс; поэтому высокочастотная полная переходная проводимость Y_{ce} оказывается также комплексной.

Теперь обсудим вклад этих групп дырок в шум.

1. Дырки группы 1 дают вклад $I_E + I_{BE}$ в ток эмиттера и вклад $\alpha_f(I_E + I_{BE})$ в ток коллектора. Оба этих тока создают полный дробовой шум.

2. Дырки группы 2 дают вклад I_{BE} в эмиттерный ток и в связанный с ним полный дробовой шум.

3. Дырки группы 3 дают вклад I_{BC} в ток коллектора и в полный дробовой шум, связанный с ним.

4. Дырки группы 4 дают вклад $g_e - g_{e0}$ в эмиттерную активную проводимость и в полный тепловой шум, связанный с ней. Следовательно

$$\begin{aligned} \overline{i_1^2} &= 2q(I_E + 2I_{BE})\Delta f + 4kT(g_e - g_{e0})\Delta f, \\ \overline{i_2^2} &= 2qI_C\Delta f. \end{aligned} \quad (6.13)$$

Здесь i_1 течет в эмиттер, а i_2 вытекает из коллектора.

Теперь нужно рассчитать $\overline{i_1^* i_2}$. Сначала сделаем это для низких частот, заметив, что токи I_E и I_C имеют общую компоненту $\alpha_f(I_E + I_{BE})$. Так как прохождение дырок через эмиттерный и коллекторный переходы может рассматриваться как одновременное и с этой общей компонентой связан полный дробовой шум, то

$$\overline{i_1^* i_2} = 2q\alpha_f(I_E + I_{BE})\Delta f = 2kTg_{ce0}\Delta f, \quad (6.13a)$$

На высоких частотах необходимо принимать в расчет то, что диффузия является случайным процессом, поэтому дырки, инжектируемые в момент t , попадают на коллектор со случайными временными задержками. Следует ожидать, что это явление сказывается на шуме так же, как и на сигнале. Поскольку переменное напряжение v_e на эмиттере вызывает переменный ток коллектора $g_{ce0}v_e$ на низких частотах и ток $Y_{ce}v_e$ на высоких частотах, можно ожидать, что величина $\overline{i_1^* i_2}$ на высокой частоте будет в Y_{ce}/g_{ce0} раз больше, чем на низкой частоте (ср. [72]), т. е.

$$\overline{i_1^* i_2} = \frac{Y_{ce}}{g_{ce0}} \cdot 2kT g_{ce0} \Delta f = 2kT Y_{ce} \Delta f = \alpha 2kT Y_e \Delta f. \quad (6.14)$$

Параметр $\alpha = Y_{ce}/Y_e = \alpha_0/(1 + jf/f_\alpha)$ называется *высокочастотным коэффициентом усиления по току*, а f_α — *граничной частотой транзистора по α* .

При высоких уровнях инжекции акты прохождения носителей через потенциальные барьеры прибора уже не образуют последовательности независимых случайных событий. Шум тогда следует рассчитывать коллективным методом, приспособленным для того, чтобы учесть влияние высокого уровня инжекции. Этот вопрос еще не разработан в деталях.

В кремниевых транзисторах I_{BE} и I_{BC} настолько малы, что ими можно пренебречь. В результате равенства (6.13) и (6.14) могут быть соответственно упрощены.

Иногда оказывается, что α_f зависит от тока. В таком случае $\alpha_0 = \partial I_C / \partial I_E$ уже не равно α_f . Если I_{BE} и I_{BC} пренебрежимо малы, то $I_C = \alpha_f I_E$ и, следовательно,

$$\alpha_0 = \frac{\partial I_C}{\partial I_E} = \alpha_f + I_E \frac{\partial \alpha_f}{\partial I_E}. \quad (6.15)$$

Обычно¹⁾ α_f возрастает с увеличением I_E , так что $\alpha_0 > \alpha_f$. Это происходит по нескольким причинам. Одной из главных является рекомбинация в области пространственного заряда эмиттерного перехода. Она дает вклад в эмиттерный ток I_E , но не влияет на ток коллектора I_C . Далее следует различать ток эмиттера I_E и ток, переносимый *инжектированными* дырками $I'_{ES} \exp(qV_{EB}/kT)$; часть α'_f последнего попадает на коллектор.

¹⁾ При малых уровнях инжекции. (Прим. ред.)

Запишем далее

$$I_E = I_{ES} \exp(qV_{EB}/mkT), \quad I_C = \alpha_f I'_E \exp(qV_{EB}/kT), \quad (6.16)$$

где m — слабо зависящий от V_{EB} коэффициент, отображающий влияние упомянутой рекомбинации.

Если $\alpha_f = I_C/I_E$, то

$$\alpha_0 = \frac{\partial I_C}{\partial I_E} = \frac{\partial I_C / \partial V_{EB}}{\partial I_E / \partial V_{EB}} = m \frac{I_C}{I_E} = m \alpha_f, \quad (6.16a)$$

$$g_{e0} = \frac{\partial I_E}{\partial V_{EB}} = \frac{q I_E}{mkT} = \frac{\alpha_f}{\alpha_0} \frac{q I_E}{kT}. \quad (6.16b)$$

Равенства (6.13) и (6.14) оказываются справедливыми¹⁾, с той лишь разницей, что I_{BE} можно опустить, так что

$$\begin{aligned} \overline{i_1^2} &= 2qI_E \Delta f + 4kT(g_e - g_{e0}) \Delta f, \\ \overline{i_2^2} &= 2qI_C \Delta f, \\ \overline{i_1^* i_2} &= 2kTY_{ce} \Delta f = \alpha \cdot 2kTY_e \Delta f. \end{aligned} \quad (6.17)$$

Кроме уже рассмотренных источников шума, необходимо учесть тепловой шум сопротивлений контактов и объемных сопротивлений. Наиболее важным из них является тепловой шум, генерируемый в узкой базовой области, которая может быть отображена сопротивлением r_b . Таким образом, эквивалентная схема транзистора с общей базой оказывается такой, как показано на рис. 6.2б.

В. Другие эквивалентные схемы транзистора

Обсудим теперь две эквивалентные схемы, которые оказываются весьма полезными при включении соответственно с общей базой и с общим эмиттером. Обратимся сначала к включению с общей базой. Здесь мы представим шум при помощи э. д. с. e , включенной последовательно с Z_e , и источника тока i , включенного параллельно коллекторному переходу (рис. 6.3,а).

¹⁾ Рекомбинационный ток обладает шумом, несколько меньшим, чем полный дробовой, но это отличие невелико [73]. (Прим. авт.)

Это отличие таково, что шум $\overline{i_R^2}$ рекомбинационного тока I_R в 2 раза меньше полного дробового, так что $\overline{i_R^2} = qI_R \Delta f$ [125]. (Прим. ред.)

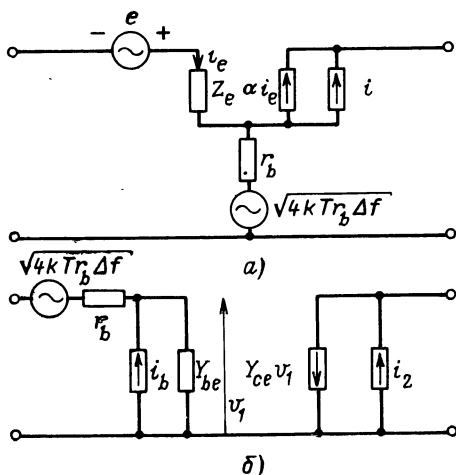


Рис. 6.3. Эквивалентные схемы биполярных транзисторов с общей базой (а) и с общим эмиттером (б).

Сравнивая рис. 6.2,б с рис. 6.3,а для разомкнутой цепи эмиттера, имеем

$$e = i_1 Z_e, \quad i = i_2 - \alpha i_1. \quad (6.18)$$

Поэтому, используя выражения (6.17) ¹⁾, получим

$$\overline{e^2} = \overline{i^2} |Z_e|^2 = [2qI_E \Delta f + 4kT(g_e - g_{e0})\Delta f] |Z_e|^2; \quad (6.19)$$

$$\begin{aligned} \overline{i^2} &= \overline{(i_2 - \alpha i_1)(i_2^* - \alpha^* i_1^*)} = \overline{i_2^2} + |\alpha|^2 \overline{i_1^2} - 2 \operatorname{Re}(\alpha \overline{i_1 i_2^*}) = \\ &= 2qI_E \Delta f \left[\alpha_f - \frac{2\alpha_f}{\alpha_0} |\alpha|^2 + |\alpha|^2 \right] + 2qI_{C0} \Delta f \approx \\ &\approx 2qI_E \Delta f \cdot \frac{\alpha_f [1 - \alpha_f + (f^2/f_\alpha^2)]}{1 + (f^2/f_\alpha^2)} + 2qI_{C0} \Delta f, \end{aligned} \quad (6.20)$$

где I_{C0} — коллекторный ток насыщения. Для получения последнего слагаемого в (6.20) было использовано то, что $\alpha = \alpha_0 / (1 + jf/f_\alpha)$, где f_α — граничная частота транзистора по α , а малым слагаемым $(\alpha_0 - \alpha_f)^2$ в числителе

¹⁾ Такой же результат получается с весьма хорошей точностью, если учитывать влияние I_{BE} ,

пренебрегли по сравнению с $\alpha_f(1-\alpha_f)$. Наконец, мы положили $g_{e0} = (\alpha_f/\alpha_0) qI_E/kT$ (6.16б). Кроме того,

$$\begin{aligned}\overline{e^*i} &= Z_e^* \overline{i_1^* (i_2 - \alpha i_1)} = Z_e^* (\overline{i_1^* i_2} - \alpha \overline{i_1^2}) = \\ &= \alpha \cdot 2kT\Delta f \left[-1 + \left(2 - \frac{\alpha_0}{\alpha_f} \right) g_{e0} Z_e^* \right].\end{aligned}\quad (6.21)$$

Эти результаты будут использованы в гл. 7.

Во многих случаях можно пользоваться упрощенными выражениями. Во-первых, $|Z_e|$ почти равно своему низкочастотному значению $R_{e0} \simeq kT/qI_E$ для всех частот, представляющих практический интерес, а $4kT(g_e - g_{e0})\Delta f$ относительно мало на этих частотах. Поэтому можно положить

$$\overline{e^2} \simeq 2kTR_{e0}\Delta f. \quad (6.19a)$$

Далее, корреляция между e и i , определяемая выражением (6.21), оказывается относительно малой и в большинстве случаев мнимой, и поэтому, полагая e и i независимыми, мы не сделаем большой ошибки, т. е.

$$\overline{e^*i} \simeq 0. \quad (6.21a)$$

Наконец, на низких частотах, где $(f/f_\alpha)^2 \ll 1$, (6.20) может быть записано в виде

$$\overline{i^2} = 2qI_E\alpha_f(1 - \alpha_f)\Delta f + 2qI_{c0}\Delta f, \quad (6.20a)$$

соответствующем полному дробовому шуму коллекторного тока насыщения плюс компонента шума токораспределения. Поскольку ток эмиттера I_E распределяется между коллектором и базой таким образом, что часть $\alpha_f I_E$ идет на коллектор, а часть $(1-\alpha_f)I_E$ — в базу, спектральная плотность шума, связанная с этим распределением (ср. п. В § 2.2 и 6.3), равна

$$S_p(f) = 2qI_E\alpha_f(1 - \alpha_f). \quad (6.20б)$$

Интересно отметить, что равенства (6.19a) и (6.20a) были первыми соотношениями, полученными для шумов транзисторов [74, 75] на низких частотах.

На рис. 6.4 показаны результаты измерений эквивалентного тока насыщенного диода $I_{\text{экв}}$ для коллекторной цепи транзистора при разомкнутой цепи эмиттера (т. е.

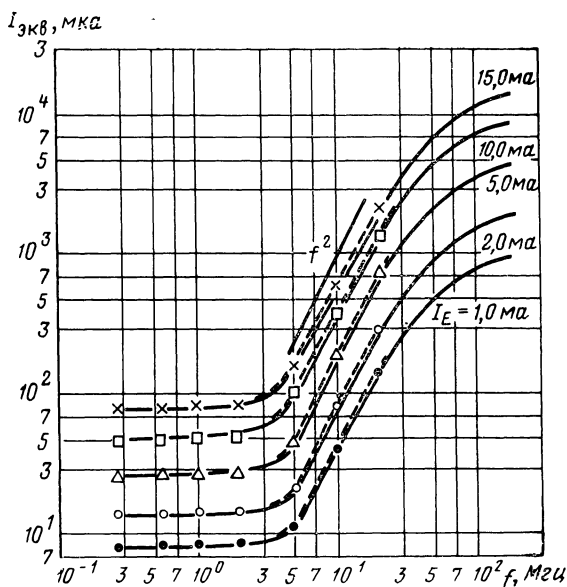
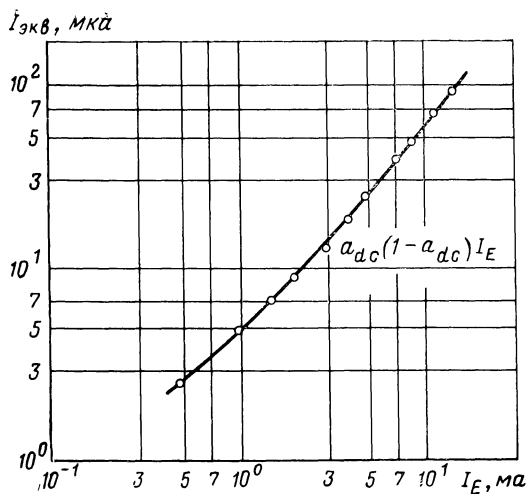


Рис. 6.4. Основные зависимости эквивалентного тока шумового диода от I_E (а) для 2 N 930 (№ 2) на частоте 550 кГц при питании входной цепи источником тока ($R_s = \infty$, точками отмечены результаты измерений) и от f (б) для 2 N 1566 (№ 4) при питании входной цепи от источника тока ($R_s = \infty$, $V_{CB} = -10 \text{ в}$).

Сплошные линии — результаты расчетов при $f_x = 50 \text{ МГц}$. (Данные взяты из [97]) $a_{dc} \equiv a_f$.

при большом сопротивлении в цепи эмиттера) в зависимости от тока и частоты. На рис. 6.4,а даны результаты проверки соотношения (6.20а), а на рис. 6.4,б—соотношения (6.20). Такое же хорошее согласие с экспериментом было получено для большинства других транзисторов, откуда видно, что (6.20) выполняется с достаточной точностью.

В схеме с общим эмиттером часто используется другое представление шумов [76]. В этом случае генератор тока $i_b = i_1 - i_2$ включен параллельно базово-эмиттерной проводимости $Y_{be} = Y_e - Y_{ce}$, а генератор тока i_2 включен между эмиттером и коллектором (рис. 6.3,б). В правильности такого представления легко убедиться, сравнивая рис. 6.3,б и 6.2,б.

Таким образом,

$$\begin{aligned}\overline{i_b^2} &= \overline{(i_1 - i_2)(i_1^* - i_2^*)} = \overline{i_1^2} + \overline{i_2^2} - 2 \operatorname{Re}(\overline{i_1^* i_2}) = \\ &= 2q(I_E + I_C)\Delta f - 4kT \operatorname{Re}(Y_{ce})\Delta f + 4kT(g_e - g_{e0})\Delta f = \\ &= 2qI_B\Delta f + 4kT[g_{ce0} - \operatorname{Re}(Y_{ce})]\Delta f + 4kT(g_e - g_{e0})\Delta f.\end{aligned}\quad (6.22)$$

Здесь $I_B = I_E - I_C$ — ток базы, $g_{ce0} = qI_C/kT$.

Для $\overline{i_b^* i_2}$ находим

$$\begin{aligned}\overline{i_b^* i_2} &= \overline{(i_1^* - i_2^*) i_2} = \overline{i_1^* i_2} - \overline{i_2^2} = \\ &= 2kTY_{ce}\Delta f - 2qI_C\Delta f = 2kT(Y_{ce} - g_{ce0})\Delta f.\end{aligned}\quad (6.23)$$

Величина $\overline{i_2^2}$ была определена равенством (6.17).

Часто предполагается, что $g_{ce0} - Y_{ce}$ и $g_e - g_{e0}$ пренебрежимо малы. Равенства (6.22) и (6.23) в этом случае сводятся к уравнениям Джиаккетто:

$$\overline{i_b^2} = 2qI_B\Delta f, \quad (6.22a)$$

$$\overline{i_b^* i_2} = 0, \quad (6.23a)$$

так что i_b и i_2 независимы. Однако, эта аппроксимация не является удовлетворительной на самых высоких частотах, на которых для точных расчетов следует пользоваться полными выражениями (6.22), (6.23).

6.2. ДРОБОВОЙ ШУМ В ВАКУУМНЫХ ЛАМПАХ

А. Дробовой шум в вакуумных диодах¹⁾

В насыщенных диодах дробовой шум убывает на высоких частотах из-за влияния времени пролета. Как мы видели в гл. 4, это влияние важно, когда насыщенные диоды используются в качестве источников шума дециметрового и сантиметрового диапазонов.

Рассмотрим его для случая плоского диода, в котором электроны эмиттируются с нулевой скоростью и в котором влияние пространственного заряда настолько мало, что поле во всей области между анодом и катодом может считаться однородным. Можно применить здесь теорему Карсона. Пусть V_a — потенциал анода; тогда время пролета от катода к аноду при сделанных допущениях равно

$$\tau_0 = \frac{2d}{(2q/m)^{1/2} V_a^{1/2}}, \quad (6.24)$$

где d — расстояние между электродами. Если электрон эмиттируется в момент $t=t_0$, то импульс тока $i(t)$ во внешней цепи имеет вид

$$i(t) = \frac{qv}{d} = \frac{2q(t-t_0)}{\tau_0^2} \text{ для } t_0 < t < t_0 + \tau_0 \text{ и нуль при} \\ \text{других } t, \quad (6.25)$$

где v — скорость электрона. Равенство (6.25) выражает тот факт, что общий заряд, переносимый импульсом тока, равен q . Следовательно, Фурье-преобразование $\psi(f)$ импульса $i(t)$ есть

$$\psi(f) = q \frac{2}{(j\omega\tau_0)^2} [1 - \exp(-j\omega\tau_0) - j\omega\tau_0 \exp(-j\omega\tau_0)] = \\ = q\Phi_3(j\omega\tau_0), \quad (6.26)$$

где

$$\Phi_3(\alpha) = (2/\alpha^2) [1 - \exp(-\alpha) - \alpha \exp(-\alpha)]. \quad (6.26a)$$

Следовательно, так как импульсы тока появляются со средней частотой $\lambda = I_a/q$,

$$S_i(f) = 2\lambda |\psi(f)|^2 = 2qI_a |\Phi_3(j\omega\tau_0)|^2 = 2qI_a F_t^2. \quad (6.27)$$

¹⁾ Ср. с [10] (гл. 5 и 6) для выяснения подробностей и библиографии.

На рис. 6.5 показана $F_i^2 = |\Phi_3(j\omega\tau_0)|^2$ как функция $\omega\tau_0$. Соответствующее выражение для цилиндрического случая было рассчитано Шпенке [27].

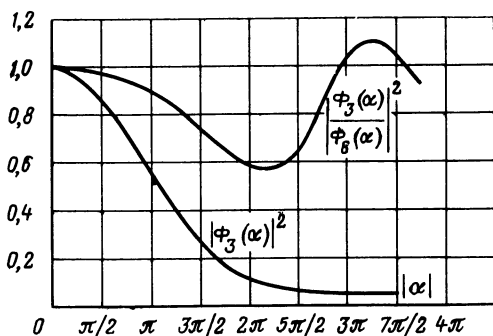


Рис. 6.5. Графики функций $|\Phi_3(\alpha)/\Phi_6(\alpha)|^2$ и $|\Phi_3(\alpha)|^2$ (см. [10]).

Для диода с током, ограниченным пространственным зарядом [77—80] должен быть использован несколько иной подход¹⁾, в результате которого

$$\overline{i_a^2} = \overline{i_0^2} |\Phi_3(j\omega\tau_0)/\Phi_6(j\omega\tau_0)|^2, \quad (6.28)$$

где

$$\overline{i_0^2} = 64kT_c g_a \Delta f. \quad (6.28a)$$

Здесь $g_a = dI_a/dV_a$, $\theta = 3(1 - \pi/4) = 0,644$; T_c — температура катода, τ_0 — время пролета

$$\tau_0 = \frac{3(d - d_m)}{(2q/m)^{1/2} (V_a + V_m)^{1/2}}, \quad (6.28б)$$

d — расстояние между электродами, V_a — потенциал анода, d_m — расстояние точки с минимальным потенциалом от катода, V_m — потенциал, в минимуме, $\Phi_3(\alpha)$ имеет тот же смысл, что и прежде, и

$$\Phi_6(\alpha) = (12/\alpha^4) [(\alpha^3/6) - \alpha + 2 - \alpha \exp(-\alpha) - 2 \exp(-\alpha)]. \quad (6.28в)$$

¹⁾ Здесь приводятся только результаты; подробности и библиографию см. в книге Ван дер Зила [10].

Б. Дробовой шум в вакуумных триодах [10]

Точно таким же способом, каким рассмотрен шум, возникающий в вакуумных диодах с током, ограниченным пространственным зарядом, можно рассмотреть шум в вакуумных триодах. Рассуждают следующим образом. Пренебрегая влиянием неоднородности поля, создаваемой за счет витков сетки (рис. 6.6,а), заменяют сетку эквивалентным прозрачным для электронов электродом с потенциалом V_e (рис. 6.6,б). Теперь триод раз-

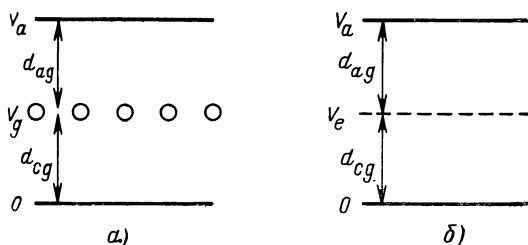


Рис. 6.6. Электрическое поле в вакуумном триоде:

а — разрез плоского триода; б — введение электрода с эквивалентным сеточному потенциалом V_e .

делен на диод с током, ограниченным пространственным зарядом, и включенный последовательно с ним насыщенный диод, к которым может быть применена теория, изложенная в п. А.

Если V_g и V_a — потенциалы сетки и анода соответственно, то

$$V_e \cong \frac{V_g + (V_a/\mu_a)}{1 + (1/\mu_a) + (1/\mu_c)}, \quad (6.29)$$

где μ_a — коэффициент усиления триода и μ_c — коэффициент усиления обращенного триода, получаемый в том случае, если анод и катод поменять местами.

На низких частотах существенным оказывается только диодный промежуток между катодом и эквивалентом сетки. По аналогии с (6.28а)

$$\overline{i_a^2} = \overline{i_0^2} = 0.4kTg_e\Delta f, \quad (6.30)$$

где $g_e = dI_a/dV_e$ — проводимость эквивалентного диода.

Но g_e связана с крутизной g_m следующим образом

$$g_m = \frac{\partial I_a}{\partial V_g} = \frac{dI_a}{dV_e} \frac{\partial V_e}{\partial V_g} = g_e \sigma \text{ или } g_e = \frac{g_m}{\sigma}, \quad (6.31)$$

где

$$\sigma = \frac{\partial V_e}{\partial V_g} \cong \frac{1}{1 + (1/\mu_a) + (1/\mu_c)}, \quad (6.31a)$$

так что

$$\overline{i_a^2} = \overline{i_0^2} = \frac{\theta}{\sigma} \cdot 4kT_c g_m \Delta f. \quad (6.32)$$

Из соотношения $\overline{i_a^2} = 4kT_0 R_n \Delta f g_m^2$ имеем

$$R_n = \frac{\theta}{\sigma} \frac{T_c}{T_0} \frac{1}{g_m} = \frac{\epsilon}{g_m}, \quad (6.32a)$$

где $\epsilon = \theta T_c / \sigma T_0$. Для сеток с относительно малым шагом $\sigma \cong 0,8 \div 0,9$, но для сеток с более широким шагом эта величина может быть меньше. Полагая $\theta = 0,644$, $T_c = 1000^\circ\text{K}$ и $T_0 = 290^\circ\text{K}$, получим $\epsilon \cong 2,5$.

На высоких частотах влияние времени пролета в *обоих диодах* становится существенным. Теперь необходимо различать время пролета τ_1 от точки с минимальным потенциалом до сетки и время пролета τ_2 от сетки до анода:

$$\tau_1 = \frac{3(d_{cg} - d_m)}{(2q/m)^{1/2} (V_e + V_m)^{1/2}}, \quad \tau_2 = \frac{2d_{ga}}{(2q/m)^{1/2} V_a^{1/2}}. \quad (6.33)$$

Здесь предположено, что $V_e \ll V_a$; d_{cg} и d_{ga} — промежутки между электродами и имеется минимум потенциала — V_m , расположенный на расстоянии d_m от катода.

Необходимо далее делать различие между шумовым током i_c в цепи катода и шумовым током i_a в анодной цепи (рис. 6.7,a). Расчет [10] показывает, что

$$i_c = i_0 \Phi_3(j\omega\tau_1) / \Phi_6(j\omega\tau_1), \quad (6.34)$$

$$i_a = i_0 \left\{ \frac{1}{3} j\omega\tau_1 \exp(-j\omega\tau_1) + \frac{[\Phi_3(j\omega\tau_1)]^2}{\Phi_6(j\omega\tau_1)} \right\} \Phi_3(j\omega\tau_2), \quad (6.35)$$

где i_c и i_a должны быть полностью коррелированы.

По этой причине в цепи сетки протекает шумовой ток $i_g = i_c - i_a$, который называется *наведенным шумом сетки*. Он должен быть полностью коррелирован с i_a . Экспериментально обнаруживается лишь частичная кор-

реляция между i_g и i_a ; наиболее вероятная причина этого заключается в неоднородности поля в лампе, вызванной проводами сетки.

Для некоторых расчетов необходимо знать взаимные проводимости Y_{mc} и Y_{ma} , описывающие высокочастотные токи катода и анода соответственно (рис. 6.7, б). Ван дер Зилом получены следующие соотношения:

$$Y_{mc} = g_m \left\{ \frac{1}{\Phi_6(j\omega\tau_1)} - \frac{1}{2} j\omega\tau_1 \left(1 - \frac{d_m}{d_{cg}} \right) \right\}, \quad (6.36)$$

$$Y_{ma} = g_m \Phi_3(j\omega\tau_1) \Phi_3(j\omega\tau_2) / \Phi_6(j\omega\tau_1), \quad (6.37)$$

где параметры имеют тот же смысл, что и прежде. Член $0,5g_m\tau_1$ соответствует $\epsilon_0 A / (d_{cg} - d_m)$, так что $(0,5g_m\tau_1) \times \times (1 - d_m/d_{cg})$ соответствует $\epsilon_0 A / d_{cg}$, т. е. холодной емкости между сеткой и катодом (A — площадь электрода). От-

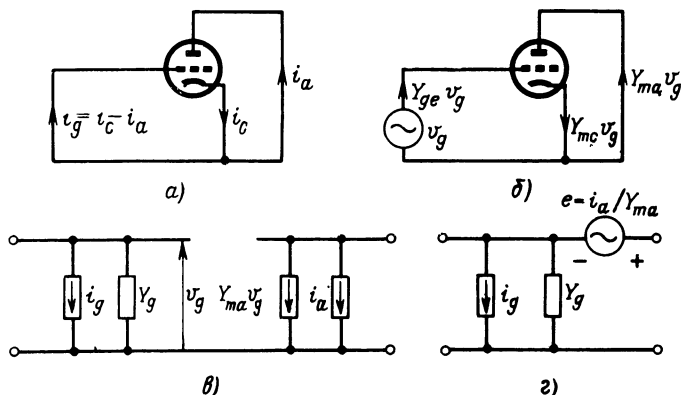


Рис. 6.7. Эквивалентные схемы вакуумного триода с учетом:
 а — источников шумовых токов; б — токов сигнала в триоде; в — двух генераторов шумового тока; г — генераторов шумового тока и напряжения на входе.

сюда следует, что существует «электронная» входная полная проводимость $Y_{ge} = Y_{mc} - Y_{ma}$ лампы на высоких частотах, параллельная «холодной» входной емкости лампы.

Эквивалентная схема триода показана на рис. 6.7, в. Если емкость анод — сетка C_{ag} лампы нейтрализована, то соответствующая этому случаю схема показана на рис. 6.7, г.

6.3. ШУМ ТОКОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ [81—83]

Шум токораспределения возникает всегда, когда ток разделяется между двумя электродами. Наиболее известным примером является шум токораспределения в пентодах. В соответствии с (2.43), если электроны эмиттируются катодом с интенсивностью n_c и попадают на анод с интенсивностью n_a , то

$$\text{var } n_a = \lambda^2 \text{var } n_c + \bar{n}_c \lambda (1 - \lambda), \quad (6.38)$$

где $\lambda = \bar{n}_a / \bar{n}_c$. Следовательно,

$$S_{n_a}(f) = 2 \text{var } n_a = 2\lambda^2 \text{var } n_c + 2\bar{n}_c \lambda (1 - \lambda), \quad (6.38a)$$

$$S_{n_c}(f) = 2 \text{var } n_c. \quad (6.38b)$$

Так как $I_c = q\bar{n}_c$, $I_a = q\bar{n}_a$ — токи, а $\Delta I_c = q(n_c - \bar{n}_c)$ и $\Delta I_a = q(n_a - \bar{n}_a)$ — их флуктуации, то для частот, на которых влияние времени пролета незначительно

$$S_{i_c}(f) = 2q^2 \text{var } n_c,$$

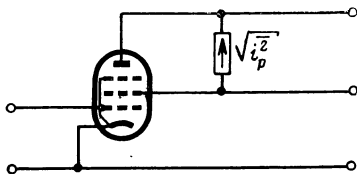
$$S_{i_a}(f) = \lambda^2 S_{i_c}(f) + 2q^2 \bar{n}_c \lambda (1 - \lambda) = \lambda^2 S_{i_c}(f) + 2qI_c \lambda (1 - \lambda). \quad (6.39)$$

Поскольку $\lambda = I_a / I_c$ и $I_2 = I_c - I_a$ — ток экранной сетки, последний член равенства (6.39) может быть записан в виде

$$2qI_a I_2 / I_c. \quad (6.39a)$$

Его называют *компонентой шума, обусловленной токораспределением*. Таким образом, ясно, что шум распре-

Рис. 6.8. Расположение генератора шумового тока распределения в эквивалентной схеме пентода.



деления может быть представлен источником тока $\sqrt{i_p^2}$, включенным между экранной сеткой и анодом (рис. 6.8), где

$$\overline{i_p^2} = 2qI_c \lambda (1 - \lambda) \Delta f = 2q(I_a I_2 / I_c) \Delta f. \quad (6.39b)$$

Вернемся теперь к шуму на низких частотах в транзисторах, включенных по схеме с общей базой. При холостом ходе, в цепи эмиттера и пренебрежимо малом токе насыщения коллектора мы имели (6.20а)

$$\overline{i^2} = 2qI_E \alpha_f (1 - \alpha_f) \Delta f. \quad (6.40)$$

Очевидно, что эта компонента обусловлена шумом распределения. Поскольку в цепи эмиттера включен источник тока и, следовательно, ток эмиттера не флуктуирует, следует ожидать шума распределения с $\lambda = \alpha_f$, это как раз и выражает равенство (6.20а).

6.4. ФЛИККЕР-ШУМ

А. Фликкер-шум в вакуумных лампах

Поскольку вакуумные лампы быстро вытесняются биполярными и полевыми транзисторами, нет необходимости вдаваться в подробное объяснение этого эффекта в лампах. Ограничимся обсуждением ламп с оксидными катодами.

Долгое время считалось, что фликкер-шум вызывается флуктуациями тока эмиссии, которые в свою очередь обусловлены флуктуациями работы выхода. Но теперь известно, главным образом благодаря работам Р. Р. Джонсона и др.¹⁾ [86], что этот процесс несколько сложнее. Установлено, что его причиной являются флуктуации появления атомов бария или отравляющих воздействий на поверхности зерен, сопровождаемые миграцией доноров сквозь эффективную эмиттирующую часть зерен.

Измерения, проведенные на диодах с подвижными анодами, показали, что эквивалентное сопротивление фликкер-шума R_{nf} убывает с уменьшением расстояния между анодом и катодом. Поэтому следует ожидать, что то же самое верно для триодов. Поскольку при данном токе анода I_a крутизна лампы g_m возрастает с уменьшением расстояния d_{cg} между сеткой и катодом, то при прочих равных условиях лампы с большей крутизной должны иметь меньшее эквивалентное сопротив-

¹⁾ Ср. с обзором ранних работ [85].

ление фликкер-шума R_{nf} . Это подтверждается экспериментом.

Конечно, существует очень много других факторов, которые определяют величину фликкер-шума данной лампы. По этой причине важно подбирать малозумящий тип лампы и, в пределах данного типа, малозумящие экземпляры. Но в общем можно рекомендовать поиск среди ламп с высокой крутизной.

Б. Фликкер-шум в полупроводниковых нитях

Теория фликкер-шума в полупроводниковых нитях была развита Мак-Уэртером [87], а ее упрощенное изложение было дано Ван дер Зилом [24]. Мы будем следовать последней работе.

В теории Мак-Уэртера фликкер-шум связывается с «поверхностными состояниями» полупроводниковых элементов. Существуют два типа таких состояний: «быстрые» и «медленные». Первые определяют частую рекомбинацию дырок и электронов и, так как они характеризуются малой постоянной времени, предполагается, что они расположены на поверхности раздела полупроводника и оксидного слоя, который всегда имеется. Медленные состояния расположены в самом оксидном слое, и их энергия и плотность сильно зависят от предыстории поверхности и от окружающих газов.

Так называемый эксперимент с «полевым эффектом» показывает, что эти медленные состояния имеют широкое распределение постоянных времени. В этом эксперименте используется плоский конденсатор, образованный металлом и тонкой полупроводниковой пластиной. Прикладывается переменное напряжение и регистрируется модуляция проводимости полупроводника переменным электрическим полем. Этот эксперимент показывает, что плотность вероятности постоянных времени может быть приближенно записана в виде

$$g(\tau) d\tau = \frac{d\tau/\tau}{\ln(\tau_2/\tau_1)} \quad \text{для } \tau_1 < \tau < \tau_2, \tau_1 \ll \tau_2 \quad (6.41)$$

и нуль при остальных τ .

Такое распределение постоянных времени может получиться либо за счет туннельного прохождения сквозь потенциальный барьер, расположенный между объемом полупроводника и медленными поверхностными состоя-

ниями, либо за счет влияния поверхностных состояний с глубоко расположенными в запрещенной зоне уровнями на электроны в зоне проводимости. Первый механизм дает

$$\tau = \tau_0 \exp(\alpha w), \quad (6.42)$$

где w — ширина барьера, а α — величина порядка 10^8 см^{-1} , зависящая от высоты барьера. Второй механизм дает

$$\tau = \tau'_0 \exp(qE_t/kT), \quad (6.43)$$

где E_t — энергия возбуждения поверхностных ловушек; q , k и T имеют обычный смысл; τ_0 и τ'_0 — постоянные. Заметим, что $\exp(-\alpha w)$ — вероятность туннельного прохождения в первом механизме и $\exp(-qE_t/kT)$ — вероятность возбуждения во втором механизме.

Требуемая функция распределения (6.41) соответствует либо распределению значений ширины¹⁾ w , либо распределению поверхностных ловушек по энергиям возбуждения, которые постоянны в определенных пределах и стремятся к нулю вне их. Оба объяснения возможны, но первое более вероятно, поскольку во втором случае τ_1 и τ_2 должны сильно зависеть от температуры, а этого не наблюдается.

Оценка показала, что изменение ширины w между 20 и 40 \AA дает изменение τ от 10^{-4} до 10^5 сек , в результате чего функция распределения почти не зависит от температуры. Поэтому туннельный механизм дает весьма разумное объяснение требуемого распределения постоянных времени.

Рассмотрим теперь образец n -типа длиной L , площадью поперечного сечения A и периметром поперечного сечения S . Предположим, что один лишний электрон захвачен элементом поверхности ΔS образца. Исчезновение свободного носителя приводит к изменению протекающего тока — $(qV_0/L^2)\mu_{FE}$ в образце, где V_0 — приложенное напряжение, а μ_{FE} — полевая подвижность. Но кроме того, этот электрон, пока он захвачен, модулирует генерацию электронно-дырочных пар быстрыми центрами. Если в течение времени его захвата дополнительно генерируется в среднем M пар дырок и элект-

¹⁾ Это распределение ширины потенциального барьера w получается обычно за счет распределения концентрации медленных состояний по объему. (Прим. ред.)

тронов, то появляется ток $(qV_0/L^2)(\mu_p + \mu_n)M$. Согласно Мак-Уэртеру

$$M = \frac{ALp_0}{CLn_{t_0}} = \frac{\text{общее число дырок в образце}}{\text{общее число захваченных электронов}}, \quad (6.44)$$

где p_0 — объемная плотность дырок, n_{t_0} — поверхностная плотность захваченных электронов, AL — объем, и CL — площадь поверхности¹⁾. Мы увидим, что M не зависит от τ . Общий дополнительный ток на один захваченный электрон поэтому равен

$$(qV_0/L^2)[(\mu_p + \mu_n)M - \mu_{FE}]. \quad (6.45)$$

Число захваченных носителей флуктуирует. Пусть $\Delta N_T = n_T \Delta S$ — число ловушек на малом элементе поверхности ΔS ; ΔN_t — число захваченных электронов на ΔS ; n — плотность электронов в объеме; и пусть ω — расстояние между ловушкой и поверхностью раздела оксидного слоя и полупроводника. Тогда $\exp(-\alpha\omega)$ — вероятность туннельного прохождения электронов. Если E_t — глубина ловушки по отношению к дну зоны проводимости, а $g(\Delta N_t)$ и $r(\Delta N_t)$ — скорости появления и исчезновения захваченных электронов, то

$$\begin{aligned} g(\Delta N_t) &= C_1 n (\Delta N_T - \Delta N_t) \exp(-\alpha\omega), \\ r(\Delta N_t) &= C_2 \Delta N_t \exp(-E_t/kT) \exp(-\alpha\omega), \end{aligned} \quad (6.46)$$

так что, в соответствии с гл. 2,

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{\exp(\alpha\omega)}{C_2 \exp(-E_t/kT) + C_1 n} = \frac{\lambda \exp(\alpha\omega)}{C_1 n}; \\ \overline{\Delta N_t} &= \lambda \Delta N_t; \quad \overline{\Delta N_t^2} = \Delta N_t \lambda (1 - \lambda), \end{aligned} \quad (6.46a)$$

где λ — вероятность того, что ловушка занята:

$$\lambda = \frac{C_1 n}{C_1 n + C_2 \exp(-E_t/kT)}. \quad (6.46б)$$

Но заметное влияние оказывают только ловушки, расположенные вблизи уровня Ферми. Для них $\lambda \simeq 0,5$ и, следовательно,

$$\begin{aligned} \tau &= \exp(\alpha\omega)/2C_1 n, \quad \overline{\Delta N_t} = 0,5 n_T \Delta S, \\ \overline{\Delta N_t^2} &= (1/4) n_T \Delta S. \end{aligned} \quad (6.46в)$$

¹⁾ Этот результат соответствует здравому смыслу, если дырки в образце генерируются под влиянием захваченных электронов.

Соответственно

$$S_{\Delta N_i}(f) = n_T \Delta S \tau / (1 + \omega^2 \tau^2), \quad (6.47)$$

что должно быть проинтегрировано по всей площади поверхности образца.

Отметим теперь, что различные элементы поверхности ΔS могут иметь различные значения n_T и ω . Если $n_T = n_{T0}$ для $\omega_1 < \omega < \omega_2$ и нуль вне этих пределов, то плотность вероятности величины ω должна быть

$$dP(\omega) = d\omega / (\omega_2 - \omega_1) \text{ для } \omega_1 < \omega < \omega_2 \quad (6.47a)$$

и нуль при других ω .

Переходя к τ как к новой переменной, из (6.41) имеем

$$dP(\tau) = g(\tau) d\tau = \frac{d\tau/\tau}{\ln(\tau_2/\tau_1)} \text{ при } \tau_1 < \tau < \tau_2 \quad (6.47б)$$

и нуль при других τ .

Здесь

$$\tau_1 = \tau_0 \exp(\alpha \omega_1), \quad \tau_2 = \tau_0 \exp(\alpha \omega_2). \quad (6.47в)$$

Подставим теперь $n_T = n_{T0}$, $n_{i,0} = 0,5 n_{T0}$, которые постоянны (так что и M является постоянной) и $\Delta S = = S g(\tau) d\tau$. Интегрирование дает¹⁾

$$S_{N_i}(f) = \frac{n_T S}{\omega \ln(\tau_2/\tau_1)} [\text{arctg}(\omega \tau_2) - \text{arctg}(\omega \tau_1)]. \quad (6.48)$$

Эта функция меняется как $1/\omega$ при $\omega \tau_1 \ll 1 \ll \omega \tau_2$. В соответствии с (6.45) спектральная плотность флуктуации тока равна

$$S_i(f) = (qV_0/L^2)^2 [(\mu_p + \mu_n) M - \mu_{FE}]^2 S_{N_i}(f). \quad (6.48a)$$

Поскольку τ_1 и τ_2 не зависят от температуры, если τ определяется туннельным механизмом, $S_i(f)$ изменяется как $1/f$ в диапазоне частот, достаточно широком, чтобы соответствовать наблюдаемой области фликкер-шума.

В. Фликкер-шум в плоскостных диодах, МОП-транзисторах и биполярных транзисторах

Некоторые недавние эксперименты пролили значительный свет на механизм возникновения шума типа $1/f$ в этих приборах. Эксперименты с МОП-транзистора-

¹⁾ Тот же результат мог быть получен, если бы имело место распределение плотности ловушек по ω на каждом элементе поверхности ΔS .

ми показали, что их шумовое сопротивление R_n за счет фликкер-эффекта пропорционально плотности поверхностных состояний ρ_s , расположенных на уровне Ферми, и что эта плотность является единственным параметром, который определяет шум типа $1/f$ (рис. 6.9). Оказывается, что никакой зависимости от температуры или поверхностной ориентации нет, если только они не влияют на поверхностную плотность состояний, находящихся на уровне Ферми. Например, поверхности с ориентацией (100) имеют самую низкую плотность поверхностных состояний, и следовательно, МОП-транзисторы, изготовленные в кристалле с такой поверхностью, имеют самый низкий шум. Шум типа $1/f$ возрастает с уменьшением

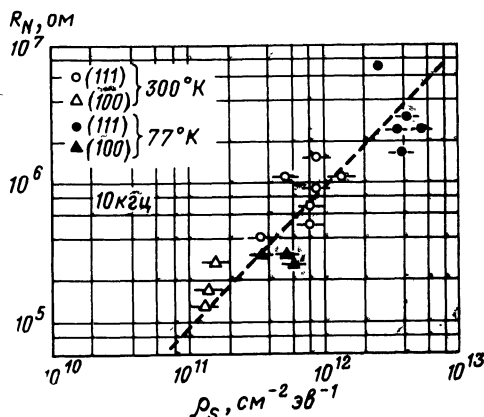


Рис. 6.9. Соотношение между плотностью поверхностных состояний ρ_s и эквивалентным шумовым сопротивлением R_n на частоте 10 кГц в МОП-транзисторах, изготовленных из кремниевых пластин с ориентациями поверхностей типов (100) и (111).

Измерения, произведенные при 300°К, соответствуют положению уровня Ферми у поверхности на 0,14 эВ ниже края зоны проводимости; при 77°К уровень Ферми у поверхности расположен на 0,02 эВ ниже края зоны проводимости [119].

температуры, поскольку плотность поверхностных состояний возрастает к краю зоны проводимости. МОП-транзисторы обычно работают в условиях сильной инверсии; в этом случае поверхностный потенциал Φ_s очень слабо меняется в зависимости от заряда на затворе. Следовательно, плотность поверхностных состояний на уровне Ферми и шум типа $1/f$ почти не зависят от смещения на затворе. Действительные значения R_n обусловлены

геометрией прибора, поскольку как крутизна, так и площадь активного канала влияют на величину R_n . Но поскольку различия в геометрии обычно не слишком велики, единственным способом значительного снижения

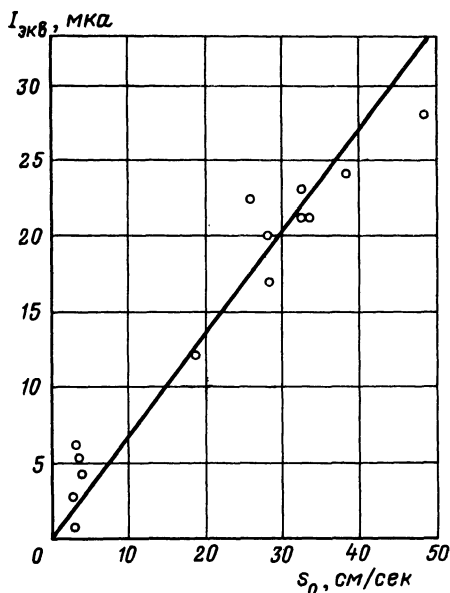


Рис. 6.10. Зависимость эквивалентного шумового тока от скорости поверхностной рекомбинации s_0 при $I_k = 1$ мкА, $f = 40$ гц [120].

ток насыщенного диода $I_{экв}$ пропорционален скорости поверхностной рекомбинации s (рис. 6.10). Это снова означает, что $I_{экв}$ пропорционален плотности поверхностных состояний ρ_s , поскольку s пропорциональна ρ_s .

Фонгер [88] связывал этот шум с флуктуациями δs скорости поверхностной рекомбинации s . Если вся рекомбинация является поверхностной и если s не зависит от положения, то

$$I = \int qsp dA = qs \int p dA \text{ или } \delta I = \frac{I}{s} \delta s. \quad (6.49)$$

Следовательно, производя разложение Фурье, получим

$$S_i(f) = 2qI_{экв} = (I^2/s^2) S_s(f), \quad (6.50)$$

шума типа $1/f$ является уменьшение плотности поверхностных состояний у уровня Ферми.

Построенная таким образом картина вполне совместима с разработанной Мак-Уэртером картиной шума типа $1/f$ в полупроводниковых нитях. Снова большие постоянные времени, связанные с шумом типа $1/f$, требуют туннельного эффекта как основного механизма. В теории Мак-Уэртера n_{t0} пропорционально плотности n_{t0} поверхностных состояний ($n_{t0} \approx 0,5n_{t0}$).

Недавние эксперименты по шуму в кремниевых диодах показали, что при заданном токе I эквивалентный

где $S_s(f)$ — спектральная плотность δ_s . Теперь $S_s(f)$ должна быть пропорциональна $S_{\Delta n_t}(f)$. Но в соответствии с (6.47), она пропорциональна плотности $\rho = n_T$ ловушечных центров. Следовательно, $S_s(f)$ должна быть пропорциональна s .

Равенство (6.50) не является вполне точным. Более строгий анализ этой модели дает несколько иную зависимость $S_i(f)$ от s [89]. Более того, этот результат неприменим непосредственно к кремниевым диодам, поскольку в них основная доля фликкер-шума обусловлена флуктуациями рекомбинационного тока в области пространственного заряда. Ван дер Зилом дано детальное обсуждение модели поверхностной рекомбинации, которая может объяснить эти и другие экспериментальные данные [89].

Эксперименты Пламба, Шенетта [90] и других авторов показывают, что фликкер-шум в транзисторах может быть представлен источником тока i_{f1} , включенным параллельно эмиттерному переходу. Теоретически необходимо также ввести частично коррелированный источник тока i_{f2} , включенный параллельно коллекторному

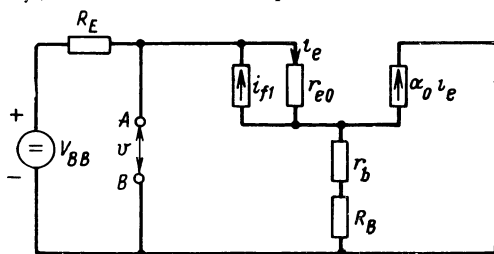


Рис. 6.11. Измерительная схема для определения положения источника фликкер-шума в эквивалентной схеме транзистора.

переходу, но тщательные эксперименты показали, что его влияние настолько мало, что им можно пренебречь. Правильность такого представления можно проверить при помощи измерительной схемы, показанной на рис. 6.11. Здесь последовательно с эмиттером включено большое сопротивление R_E , чтобы поддерживать эмиттерный ток I_E постоянным, в цепь базы включено переменное сопротивление R_B , цепь коллектора по переменному току замкнута на землю. При заданном токе эмиттера измеряется напряжение низкочастотного шума между точка-

ми A и B при различных значениях R_B . Обнаруживается резкий минимум при каждом значении тока эмиттера, как показано на рис. 6.12. Поскольку $i_e = i_{f1}$, если R_E весьма велико, то

$$\begin{aligned} \overline{v^2} &= \overline{|i_{f1} r_{e0} - \alpha_0 i_e (r_b + R_B)|^2} = \\ &= \overline{i_{f1}^2} [r_{e0} - \alpha_0 (r_b + R_B)]^2. \end{aligned} \quad (6.51)$$

Мы имеем $\overline{v^2} = 0$, если $r_{e0} - \alpha_0 (r_b + R_B) = 0$ или

$$R_B = (R_B)_{\text{мин}} = (r_{e0}/\alpha_0) - r_b. \quad (6.52)$$

В соответствии с (6.16б)

$$g_{e0} = \frac{1}{r_{e0}} = \frac{\alpha_f}{\alpha_0} \frac{qI_E}{kT} = \frac{1}{\alpha_0} \frac{qI_C}{kT}, \quad (6.52a)$$

так что r_{e0} легко определяется, если известны I_C и α_0 . Наносим значения $(R_B)_{\text{мин}}$ на график, по оси абсцисс которого отложены значения r_{e0} , мы должны получить

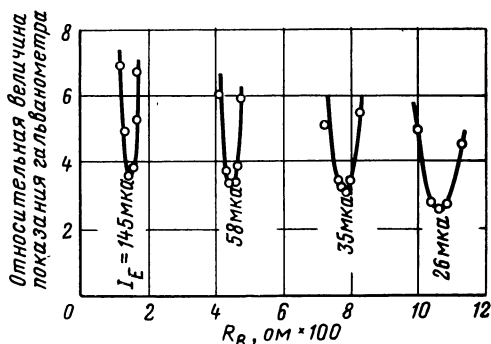


Рис. 6.12. Зависимости относительной мощности шума от R_B при нескольких значениях I_E [90].

прямую линию, если приведенное представление верно. Рис. 6.13 показывает правильность наших рассуждений.

Если значения r_b определить из графиков, подобных показанному на рис. 6.13, и сравнить результаты с данными, полученными другими методами, то получится хорошее совпадение. Это доказывает, что шум типа $1/f$ возникает там, где происходит рекомбинация.

Интересно отметить, что шум типа $1/f$ в $p-n-p$ транзисторах, как правило, меньше, чем в $n-p-n$ транзисторах. Кроме того, приборы, построенные на кремниевых пластинках с ориентацией поверхности типа (100), имеют более низкий шум, чем приборы на пластинках с ориентацией поверхности типа (111). Это указывает на то, что источником шума типа $1/f$ является поверхность, и соответствует тому, что говорится о других приборах.

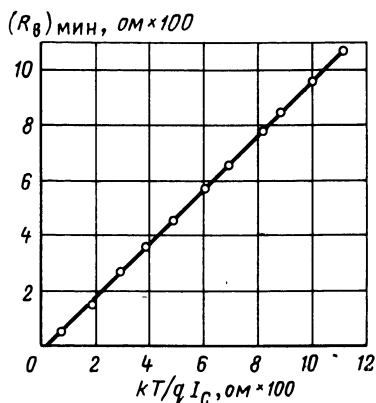


Рис. 6.13. Зависимость значений $(R_B)_{\text{мин}}$ от kT/qI_C для германиевого транзистора 2N2415.

Точка пересечения с осью R_B хорошо согласуется с другими измерениями сопротивления базы транзистора r_b [90].

На рис. 6.14 показаны результаты измерения $I_{\text{экв}}$ в базе кремниевого транзистора при такой повышенной температуре, что наблюдался значительный ток насыще-

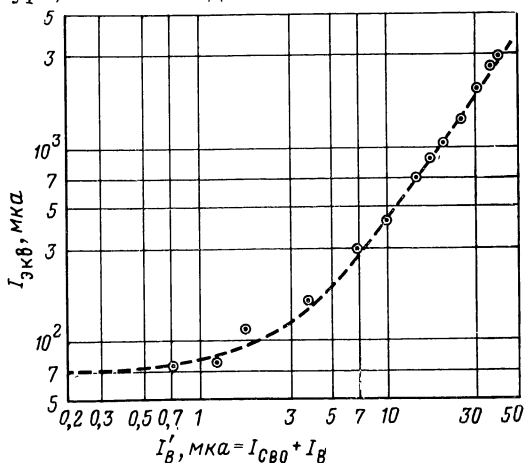


Рис. 6.14. Зависимость эквивалентного шумового тока базы $I_{\text{экв}}$ от «инжекционного» тока базы $I'_B = I_B + I_{CВ0}$.

Транзистор T1 483 № 1 типа $n-p-n$, $T=232^\circ\text{C}$, $I_{CВ0}=19,7 \text{ мкА}$, $f=200 \text{ гц}$. Кружками отмечены экспериментальные данные. Пунктиром — аппроксимирующая зависимость $I_{\text{экв}} = 3,6 |I_{CВ0}| + 12 |I'_B|^{1,5}$ [121].

ния коллектора. Если I_{CB0} — ток насыщения в цепи базы при обратном смещении на ней и I'_B — полный инжекционный ток в базе, то

$$I_B = I'_B - I_{CB0}. \quad (6.53)$$

Значения $I_{экв}$, измеренные на частоте 200 гц (рис. 6.14) могут быть аппроксимированы кривой вида

$$I_{экв} = AI_{CB0} + B(I'_B)^{\gamma} \quad (6.54)$$

при $A=3,6$, $B=12$ и $\gamma=1,5$. Поскольку $A>1$, это указывает на то, что в точке насыщения I_{CB0} есть шум типа $1/f$. На частоте 100 кГц $I_{экв} = I_{CB0} + I'_B$, как и ожидается для дробового шума. В результате мы можем сделать следующие выводы:

1. Рассматриваемый шум зависит скорее от полного инжекционного тока I'_B , чем от тока базы I_B .

2. Ток насыщения I_{CB0} и полный ток инжекции флуктуируют независимо. Если бы они были коррелированы, то получилось бы

$$I_{экв} = AI_{CB0} + B(I'_B)^{\gamma} + [2c [AI_{CB0} B(I'_B)^{\gamma}]^{1/2}], \quad (6.54a)$$

где c — коэффициент корреляции. Никаких особых свидетельств значительной величины третьего члена на рис. 6.14 нет.

3. Значение $I_{экв}$ не пропорционально $I_B'^2$. Это можно объяснить трактовкой поверхностной модели рекомбинации, предложенной Ван дер Зилом¹⁾.

6.5. ВЗРЫВНОЙ ШУМ [91]

В дополнение к дробовому, тепловому и $1/f$ шумам, во многих кремниевых транзисторах, особенно планарно-диффузионного типа, наблюдается разновидность низкочастотного шума, именуемая *взрывным шумом*. Этот шум обычно состоит из случайных импульсов переменной длительности и одинаковой высоты, но иногда создается впечатление, что случайные импульсы накладываются друг на друга (рис. 6.15).

Этот шум может быть описан при помощи модели со случайным ключом, разработанной Мэчлапом [92].

¹⁾ В [133] показано, фликкер-шум в биполярных транзисторах обусловлен рекомбинацией носителей заряда в области эмиттерного перехода и $I_{экв}$ пропорционален квадрату рекомбинационной составляющей эмиттерного тока. *Прим. ред.*

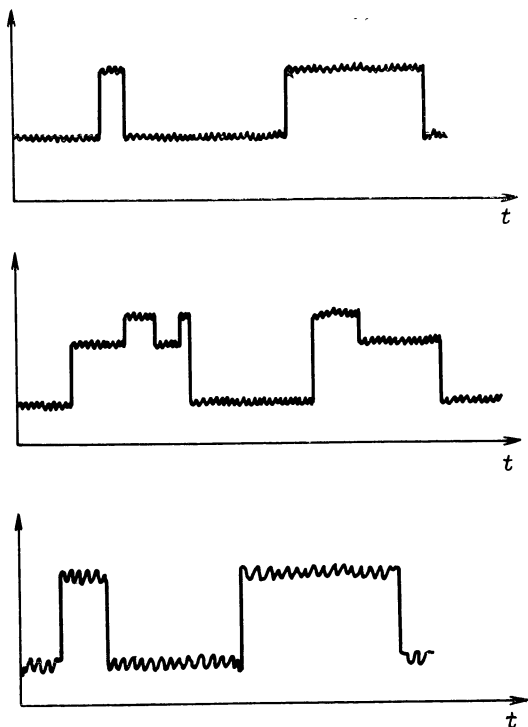


Рис. 6.15. Типовые осциллограммы взрывного шума, наблюдаемого на коллекторе транзистора [118].

В этой модели считается, что шум вызывается набором случайных ключей, через каждый из которых в замкнутом состоянии протекает ток I_1 , а в разомкнутом ток отсутствует. Пусть в течение временного интервала dt вероятность замыкания ключа есть dt/γ_1 , а вероятность его размыкания есть dt/γ_2 . Предположим, что в среднем имеется \bar{N}_1 разомкнутых и \bar{N}_2 замкнутых ключей, так что $\bar{N}_1 + \bar{N}_2 = N_d$. Пусть ΔN_1 — избыточное (по отношению к среднему) число разомкнутых ключей при $t=0$, тогда

$$d(\Delta N_1) = -(\bar{N}_1 + \Delta N_1) \frac{dt}{\gamma_1} + (\bar{N}_2 - \Delta N_1) \frac{dt}{\gamma_2} + H(t) dt, \quad (6.55)$$

где $H(t)$ — случайная функция, описывающая спонтанные флуктуации скорости замыкания и размыкания ключей. Для средних значений уравнение (6.55) дает

$$\frac{N_1}{\gamma_1} = \frac{N_2}{\gamma_2} \text{ или } \bar{N}_1 = N_d \frac{\gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} \text{ и } \bar{N}_2 = N_d \frac{\gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2}. \quad (6.55a)$$

Поскольку это означает, что N_1 имеет биномиальное распределение,

$$\overline{\Delta N_1^2} = N_d \gamma_1 \gamma_2 / (\gamma_1 + \gamma_2)^2. \quad (6.56)$$

Зависящая от времени часть уравнения (6.55) может быть записана в виде

$$\frac{d\Delta N_1}{dt} = -\frac{\Delta N_1}{\tau_0} + H(t); \quad \frac{1}{\tau_0} = \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2}. \quad (6.57)$$

С учетом метода, изложенного в § 2.3, это дает

$$S_i(f) = 4I_1^2 N_d \frac{\gamma_1 \gamma_2}{(\gamma_1 + \gamma_2)^2} \cdot \frac{\tau_0}{1 + \omega^2 \tau_0^2}. \quad (6.58)$$

Когда есть лишь один ключ, $N_d=1$. Одна из осциллограмм рис. 6.15 показывает необходимость $N_d=2$.

В работе Бродерсена, Шенетта и Джейгера [118] показано, что источник взрывного шума расположен вблизи эмиттерного перехода. Когда, используя метод Пламба — Шенетта [90] определения положения источников шума, находят значение сопротивления базы r_b , оказывается, что оно значительно меньше той величины, ко-

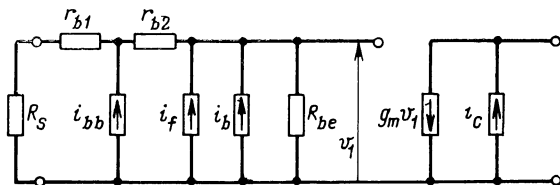


Рис. 6.16. Эквивалентная схема транзистора, показывающая расположение источников дробового шума, фликкер-шума и взрывного шума [118].

торая находится из измерений, связанных с фликкер-шумом. Это показывает, что взрывной шум генерируется гораздо ближе к базовому контакту, чем шум типа $1/f$ (рис. 6.16). При таком расположении сопротивление r_b разделено на две части r_{b1} и r_{b2} ; источник фликкер-шума i_f и источник дробового шума i_b включены параллельно сопротивлению R_{be} , а источник взрывного шума помещен гораздо ближе ко входным зажимам. В резуль-

тате влияние источника взрывного шума более заметно при больших сопротивлениях источника сигнала R_s . Это ясно видно из рис. 6.17, который также показывает, что для данного прибора τ_0 есть величина порядка 10 мсек.

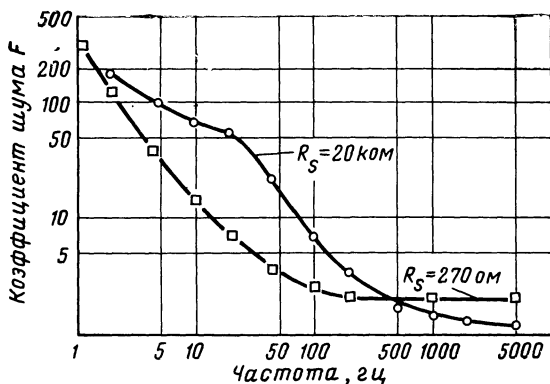


Рис. 6.17. Коэффициент шума транзистора 2N930 при $I_C = 100 \text{ мкА}$ и $V_{CE} = 2,2 \text{ В}$, для $R_s = 20 \text{ кОм}$ и $R_s = 270 \text{ Ом}$ [118].

Источник взрывного шума пока не вполне ясен, но представляется, что он связан с наличием тонких, сильно легированных эмиттерных переходов ¹⁾. Полагают, что появление и исчезновение импульсов связано с одной ловушкой в области пространственного заряда.

7

ШУМ В КОНКРЕТНЫХ УСТРОЙСТВАХ

[24, 100—107, 115]

7.1. ШУМ В МАЗЕРАХ И ЛАЗЕРАХ

А. Резонаторный мазер

Резонаторный мазер обычно работает на отражение, т. е. источник подключается к одному плечу циркулятора, резонатор с активной средой — к другому, а на-

¹⁾ На нижних краях эмиттерного перехода там, где расположен «боковой» диод, создаются дефекты кристаллической структуры, ответственные за генерацию «взрывного» шума. *Прим. ред.*

грузка — к третьему. Это обеспечивает развязку источника и резонатора от нагрузки (рис. 7.1, а).

Резонатор, содержащий активную среду, настраивается на частоту $\bar{f} = (E_2 - E_1)/h$, где E_2 и E_1 — энергетические уровни активных атомов (или молекул), между которыми происходят переходы. Помимо сигнала с частотой \bar{f} , присутствует также сигнал накачки с большой амплитудой, который возбуждает энергетический уро-

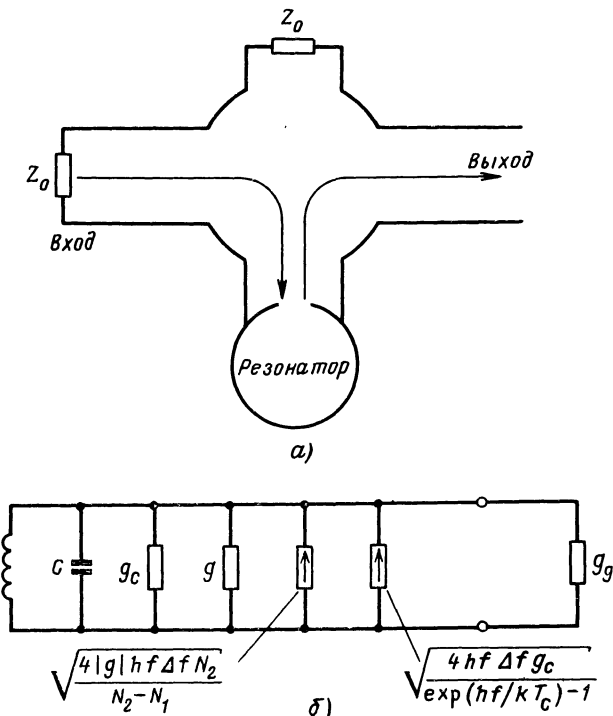


Рис. 7.1. Устройство резонаторного мазера с циркулятором (а) и его эквивалентная схема (б).

вень E_2 через уровень, обладающий большей энергией, или через уровень, лежащий ниже состояния с энергией E_1 , и таким образом осуществляет инверсию населенности. Это означает, что если N_2 и N_1 — число атомов (или молекул) с энергиями E_2 и E_1 соответственно, то под действием сигнала накачки $N_2 > N_1$.

Условимся, что устройство находится при темпера-

туре T_c , а температура источника равна T_s . В таком случае эквивалентная схема резонатора имеет вид, показанный на рис. 7.1,б. Активная среда здесь представлена проводимостью g ($g < 0$), собственные потери — проводимостью g_c , а трансформированный характеристический адмиттанс линии — проводимостью g_g . Коэффициент усиления по мощности такой системы равен квадрату коэффициента отражения:

$$G = [(g_g - g_c - g)/(g_g + g_c + g)]^2. \quad (7.1)$$

Поскольку $g < 0$, $G > 1$.

Шумовая мощность, доставляемая в «проводимость нагрузки» g_g источником, равна

$$P_s = \frac{hf\Delta f}{\exp(hf/kT_s) - 1} G. \quad (7.2)$$

Если N_1 и N_2 — по-прежнему количество атомов в состояниях с энергиями E_1 и E_2 соответственно, то шумовая мощность, передаваемая в g_g активной цепью, определяется соотношением

$$\begin{aligned} P_a &= \frac{4|g| hf\Delta f N_2 / (N_2 - N_1)^2 + 4hf g_c \Delta f / [\exp(hf/kT_s) - 1]}{(g_g + g_c + g)^2} g_g = \\ &= \frac{G - 1}{1 - g_c/|g|} \left[hf\Delta f \frac{N_2}{N_2 - N_1} + \frac{hf\Delta f g_c / |g|}{\exp(hf/kT_s) - 1} \right], \end{aligned} \quad (7.3)$$

так как

$$\frac{4g_g |g|}{(g_g + g_c + g)^2} = \frac{G - 1}{1 - g_c/|g|}.$$

Таким образом, полная шумовая мощность равна

$$P_{\text{вых}} = P_s + P_a, \quad (7.4)$$

и, следовательно, коэффициент шума

$$F = \frac{P_{\text{вых}}}{P_s} = 1 + \frac{P_a}{P_s}. \quad (7.4a)$$

Однако удобнее ввести эквивалентную шумовую температуру $T_{\text{ус}}$ усилителя, используя как определение [93]

$$P_{\text{вых}} = \frac{hf\Delta f}{\exp(hf/kT_{\text{ус}}) - 1} G. \quad (7.5)$$

Чтобы еще более облегчить анализ, пренебрежем потерями и предположим, что интенсивность накачки достаточно велика для обеспечения сильной инверсии на-
10*

селенности ($N_2 \gg N_1$). Будем также считать, что $G \gg I$. Усилитель, удовлетворяющий всем этим трем условиям, называется *идеальным квантовым усилителем*. Для него выражение (7.4) приводится к виду

$$\frac{hf\Delta f}{\exp(hf/kT_s) - 1} + hf\Delta f = \frac{hf\Delta f}{\exp(hf/kT_{yc}) - 1}, \quad (7.5a)$$

откуда следует:

$$T_{yc} = (hf/k) / \ln[2 - \exp(-hf/kT_s)]. \quad (7.6)$$

При $hf/kT_s \ll 1$ для этой формулы справедлива аппроксимация

$$T_{yc} = T_s + (hf/k), \quad (7.6a)$$

которая вытекает из разложения экспоненты и логарифма в ряд Тейлора. В этом случае T_s и hf/k складываются и hf/k может интерпретироваться как *шумовая температура идеального мазера*. Подстановка $h = 6,62 \times 10^{-34}$ дж·сек, $k = 1,38 \times 10^{-23}$ дж/град и $f = 10^{10}$ гц дает $hf/k = 0,5^\circ\text{K}$, так что идеальный мазер и в самом деле имеет очень низкую шумовую температуру.

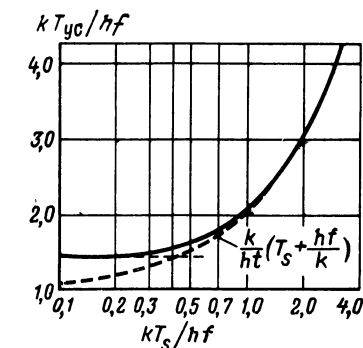


Рис. 7.2. Зависимость kT_{yc}/hf от kT_s/hf и две аппроксимирующие кривые: $kT_{yc}/hf = 1,44$ и $kT_{yc}/hf = k(T_s + hf/k)/hf$ [93].

При $hf/kT_s \gg 1$ формула (7.6) может быть записана как

$$T_{yc} = \frac{hf}{k \ln 2} = 1,44 \frac{hf}{k}. \quad (7.6b)$$

Эта величина называется *эквивалентной шумовой температурой флуктуаций спонтанной эмиссии активного материала*. При $f = 10^{10}$ гц и $T_s = 4^\circ\text{K}$ $hf/kT_s = 0,12$, так что преобладает первое условие.

На рис. 7.2 приведена зависимость kT_{yc}/hf от kT_s/hf и показаны два предельных случая, отвечающих соотношениям (7.6a) и (7.6b).

В реальном лазере шумовая температура самого лазера настолько низка, что необходимо учитывать шум, создаваемый потерями в линиях и циркуляторе. Это может быть сделано с помощью методики, рассмотренной в § 4.1.

Б. Мазер бегущей волны

В лазере бегущей волны волновод длиной L , заполненный активной средой, согласуется с источником сигнала на входном конце и с нагрузкой на выходном. По волноводу распространяется также сильный сигнал накачки с частотой f_p , который поддерживает инверсию населенности и таким образом обеспечивает вынужденную эмиссию на частоте $f = (E_2 - E_1)/h$. Здесь E_2 и E_1 имеют тот же самый смысл, что и ранее.

Если можно пренебречь потерями, то усиление сигнала будет описываться уравнением (5.22). Интегрируя его с учетом граничного условия $P_s(x) = P_s(0)$ при $x=0$, находим:

$$\ln[P_s(L)/P_s(0)] = \ln G = C(n_2 - n_1)L, \quad (7.7)$$

где n_2 и n_1 — населенности на единицу длины, а C — константа. Если можно пренебречь потерями, то шум определится через уравнение (5.54). Интегрируя его с учетом граничных условий

$$P_n(x) = P_n(0) = hf\Delta f / [\exp(hf/kT_s) - 1] \quad (7.8)$$

при $x=0$, где T_s — температура источника, а $f = (E_2 - E_1)/h$, как и ранее, находим:

$$\ln \left[\frac{C(n_2 - n_1)P_n(L) + Chf\Delta f n_2}{C(n_2 - n_1)P_n(0) + Chf\Delta f n_2} \right] = \ln G, \quad (7.9)$$

так что

$$P_n(L) = GP_n(0) + (G - 1) \left[\frac{n_2}{(n_2 - n_1)} \right] hf\Delta f. \quad (7.9a)$$

Здесь первое слагаемое обусловлено шумом источника, а второе — шумом спонтанной эмиссии активной среды.

При $n_2 \gg n_1$ второй член равен $(G-1)hf\Delta f$. Каждый квант, поступающий в систему, вызывает появление G квантов на выходе, так что в самой активной среде генерируется $(G-1)$ квант. Шум, связанный с этими квантами, есть $(G-1)hf\Delta f$. Если n_2 не слишком велико по сравнению с n_1 , необходимо учитывать, что $(G-1)$ квантов, приходящихся на один поступающий квант, генери-

руются ($n_2 - n_1$) возбужденными состояниями, тогда как шум спонтанной эмиссии порождается всеми n_2 возбужденными состояниями. В этом случае для получения полного шума спонтанной эмиссии, определяемого вторым слагаемым (7.9а), необходимо умножить выражение $(G-1)hf\Delta f$, описывающее шум, на $n_2/(n_2 - n_1)$.

При $G \gg 1$ и $n_2 \gg n_1$ (7.9а) приводится к виду

$$P_n(L) = G \left[\frac{hf\Delta f}{\exp(hf/kT_s) - 1} + hf\Delta f \right]. \quad (7.9б)$$

Если приравнять последнее выражение к

$$P_n(L) = G \frac{hf\Delta f}{\exp(hf/kT_{yc}) - 1}, \quad (7.10)$$

то снова придем к соотношению (7.5а). Следовательно, шумовая температура усилителя та же самая, что и в предыдущем случае.

В. Шум в лазерных усилителях

Уравнение (7.9а) справедливо также и для лазерных усилителей. При $n_2 \gg n_1$ и $G \gg 1$ оно сводится к

$$P_n(L) = G[P_n(0) + hf\Delta f], \quad (7.11)$$

где $P_n(0)$ — теперь мощность шума, связанного с принимаемым излучением. Шум спонтанной эмиссии усилителя соответствует, таким образом, *одному кванту на входе на единицу полосы пропускания*.

7.2. КОЭФФИЦИЕНТ ШУМА УСИЛИТЕЛЕЙ НА ВАКУУМНЫХ ТРИОДАХ И ПОЛЕВЫХ ТРАНЗИСТОРАХ

В настоящем разделе будет развит *общий подход к представлению шума в активных четырехполюсниках*¹⁾. Будет также показано, что различные способы подключения прибора к схеме дают аналогичные коэффициенты шума. Соответствующий анализ усилителей на биполярных транзисторах приведен в § 7.3.

¹⁾ Этот общий подход был впервые развит Рутон для триодных усилителей [94].

А. Каскад с общим истоком и нейтрализацией

На рис. 7.3 показана эквивалентная схема усилителя на полевом транзисторе с общим истоком в случае нейтрализации емкости C_{gd} затвор — сток. Шум затвора описывается посредством генератора тока $i_g = i'_g + i''_g$, а шум стока — генератором тока i_d . Ток i_g разбит на две части: i'_g , полностью коррелированную с i_d , и часть i''_g , не кор-

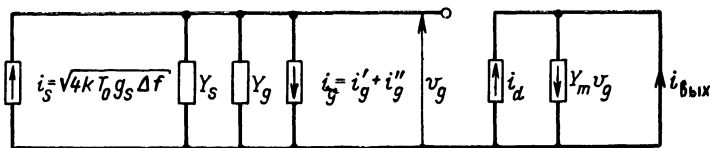


Рис. 7.3. Эквивалентная схема каскада на полевом транзисторе с общим истоком при наличии нейтрализации.

релированную с i_d . Крутизна обозначена символом Y_m , чтобы отметить, что это обычно комплексная величина.

Для шумового тока $i_{\text{вых}}$ в цепи короткого замыкания на выходе имеем

$$\begin{aligned} i_{\text{вых}}^2 &= \overline{|i_d + Y_m v_g|^2} = \frac{4kT_0 g_s \Delta f + \overline{i_g'^2}}{|Y_s + Y_g|^2} |Y_m|^2 + \overline{\left| \frac{i'_g Y_m}{Y_s + Y_g} + i_d \right|^2} = \\ &= \left| \frac{Y_m}{Y_s + Y_g} \right|^2 \left(4kT_0 g_s \Delta f + \overline{i_g'^2} + \frac{\overline{i_d^2}}{|Y_m|^2} \left| Y_s + Y_g + \frac{i'_g Y_m}{i_d} \right|^2 \right). \end{aligned} \quad (7.12)$$

Поскольку i'_g и i_d полностью коррелированы, i'_g/i_d есть комплексное число, которое не флуктуирует.

Введем шумовую проводимость g_n , шумовое сопротивление R_n и корреляционный адмиттанс $Y_{\text{кор}}$ следующим образом

$$\overline{i_g'^2} = 4kT_0 g_n \Delta f, \quad \overline{i_d^2}/|Y_m|^2 = 4kT_0 R_n \Delta f, \quad Y_{\text{кор}} = i'_g Y_m / i_d. \quad (7.13)$$

Так как i'_g/i_d — комплексное число и $\overline{i'_g i_d^*} = \overline{i_g i_d^*}$, поскольку $\overline{i''_g i_d^*} = 0$ по определению, имеем

$$Y_{\text{кор}} = \frac{i'_g i_d^*}{i_d i_d^*} Y_m = \frac{\overline{i'_g i_d^*}}{i_d^2} Y_m = \frac{\overline{i_g i_d^*}}{i_d^2} Y_m. \quad (7.13a)$$

Вводя обычным образом коэффициент шума F , получаем

$$F = 1 + \frac{g_n}{g_s} + \frac{R_n}{g_s} |Y_s + Y_g + Y_{\text{кор}}|^2. \quad (7.14)$$

Подставляя $Y_s = g_s + jb_s$, $Y_g = g_g + jb_g$ и $Y_{\text{кор}} = g_{\text{кор}} + jb_{\text{кор}}$, можно записать это уравнение в виде

$$F = 1 + \frac{g_n}{g_s} + \frac{R_n}{g_s} (g_s + g_g + g_{\text{кор}})^2 + \frac{R_n}{g_s} (b_s + b_g + b_{\text{кор}})^2. \quad (7.14a)$$

Данная зависимость, рассматриваемая как функция настройки, т. е. как функция b_s , представляет собой па-

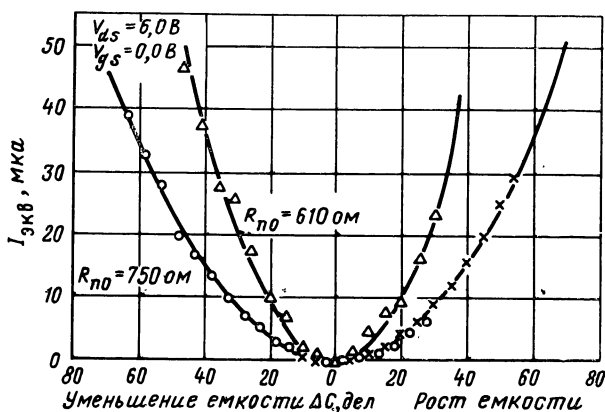


Рис. 7.4. Избыточный входной шум $\Delta I_{\text{экв}}$ как функция входной емкости C при нейтрализованной C_{dg} для МОП-транзистора № 23 [58].

Теоретическая зависимость: $\Delta I_{\text{экв}} = \frac{2kT}{q} R_{n0} \omega^2 (\Delta C)^2$, $\circ, \times - f = 1 \text{ МГц}$;

$\Delta I_{\text{экв}} = 0,00975 (\Delta C)^2 \text{ мкА}$, масштаб $\Delta C = 2,55 \text{ пф/дел}$.

$\Delta - f = 15 \text{ МГц}$; $\Delta I_{\text{экв}} = 0,297 (\Delta C)^2 \text{ мкА}$, масштаб $\Delta C = 0,90 \text{ пф/дел}$.

раболу (рис. 7.4), по которой, зная g_s , можно определить R_n . Парабола достигает минимума

$$F_t = 1 + \frac{g_n}{g_s} + \frac{R_n}{g_s} (g_s + g_g + g_{\text{кор}})^2 \quad (7.14б)$$

при

$$b_s + b_g + b_{\text{кор}} = 0. \quad (7.14в)$$

В этом случае схема настроена на минимум шума. Так как настройка входной цепи на максимум коэффициента передачи отвечает условию $b_s + b_g = 0$, нетрудно определить $b_{кор}$ по минимуму кривой ¹⁾ F от b_s . Практически найдено, что этот минимум лежит вблизи значения b_s , при котором входная цепь настроена на максимум коэффициента передачи сигнала, поэтому обычно можно настраиваться именно на этот режим.

Из рис. 7.5 следует, что выигрыш в коэффициенте шума, достигаемый настройкой входной цепи на мини-

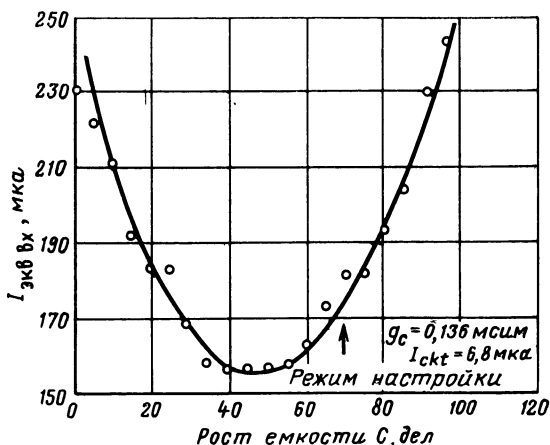


Рис. 7.5. Входной шум $I_{экв вх}$ как функция входной емкости C при нейтрализованной C_{dg} для МОП-транзистора № 23 на частоте * 6,5 МГц [58].

Сопротивление нагрузки равно 1 ком, $V_{ds}=6$ в, $V_{gs}=0$ в. Масштаб 0,9 пф/дел.

мум шума, меньше 10%. Можно также отметить, что $b_{кор}$ положительно для данного конкретного МОП-транзистора. Теория же, развитая для высокоомных подложек, предсказывает для $b_{кор}$ отрицательные значения.

Коэффициент шума F_t как функция g_s имеет минимальное значение $F_{мин}$, которое можно найти, дифферен-

¹⁾ Если для определения коэффициента шума на входе используется шумовой диод, то настройка на максимум сигнала осуществляется путем перевода шумового диода в режим с большим током и последующей настройкой на максимум выходной мощности. Если настройка на максимум сигнала достигается при $b_s = b_{s1}$, а минимум F имеет место при $b_s = b_{s2}$, то $b_{s1} + b_g = 0$ и $b_{s2} + b_g + b_{кор} = 0$, так что $b_{кор} = b_{s1} - b_{s2}$.

цируя F_t по g_s :

$$F_{\text{мин}} = 1 + 2R_n(g_g + g_{\text{кор}}) + 2\sqrt{R_n g_n + R_n^2 (g_g + g_{\text{кор}})^2} \quad (7.15)$$

при

$$g_s = \sqrt{(g_g + g_{\text{кор}})^2 + g_n / R_n}. \quad (7.15a)$$

Таким образом, коэффициент шума прибора полностью определяется четырьмя параметрами: R_n , g_n , $g_{\text{кор}}$ и $b_{\text{кор}}$.

Чтобы показать, как измерить первые три величины, запишем (7.146) в виде

$$F_t = A + (B/g_s) + Cg_s, \quad (7.16)$$

что представляет собой гиперболу. Сравнивая (7.16) и (7.146), находим:

$$A = 1 + 2R_n(g_g + g_{\text{кор}}), \quad B = g_n + R_n(g_g + g_{\text{кор}})^2, \quad (7.16a)$$

$$C = R_n,$$

так что

$$g_g + g_{\text{кор}} = (A - 1)/2C, \quad g_n = B - (A - 1)^2/4C, \quad R_n = C. \quad (7.166)$$

Следовательно, измеряя коэффициент шума F_t как функцию g_s и полагая данные подчиняющимися уравнению вида (7.16), можно определить экспериментальные значения A , B и C и вычислить отсюда R_n , g_n и $g_g + g_{\text{кор}}$ (рис. 7.6). Если независимо измерить g_g , то можно вычислить $g_{\text{кор}}$. Значение R_n , определенное из рис. 7.6, должно совпадать со значением R_n , найденным из рис. 7.4. Для рассматриваемого примера это действительно выполняется, так как рис. 7.4 дает $R_n = 750 \text{ ом}$ на частоте 1 Мгц и 610 ом на 15 Мгц, а из рис. 7.6 $R_n = 779 \text{ ом}$ на 1 Мгц и 593 ом на 15 Мгц.

В данном конкретном случае нельзя было пренебречь проводимостью g_c резонансного контура. Однако учет этого обстоятельства сводится всего лишь к замене g_n на $g_n + g_c$ и $g_g + g_{\text{кор}}$ на $g_g + g_c + g_{\text{кор}}$, так что (7.166) принимает вид

$$g_g + g_c + g_{\text{кор}} = (A - 1)/2C, \quad g_n + g_c = B - (A - 1)^2/4C,$$

$$R_n = C. \quad (7.16b)$$

Холидей и Ван дер Зил [58] получили следующие результаты:

f , МГц	$g_c \times 10^4$, сим	$g_g \times 10^4$, сим	$g_n \times 10^4$, сим	$g_{кор} \times 10^4$, сим	R_n , ом
1,0	0,66	0,35	1,04	0,63	779
2,0	0,80	0,80	2,90	1,70	640
4,0	1,10	2,10	9,80	3,47	531
6,5	1,40	4,60	16,0	9,70	515
10,0	1,60	9,90	37,6	14,2	521
15,0	2,00	20,5	46,0	23,8	593

Транзистор имел $g_m = 6$ ма/в, так что теоретическая величина R_n составляла 110 ом. Измеренное значение получилось приблизительно в пять раз больше. Это расхождение частично связано с тем, что $g_{макс} < g_{до}$. Однако последним можно объяснить здесь только разницу порядка 10%. Основное различие связано с нетепловым шу-

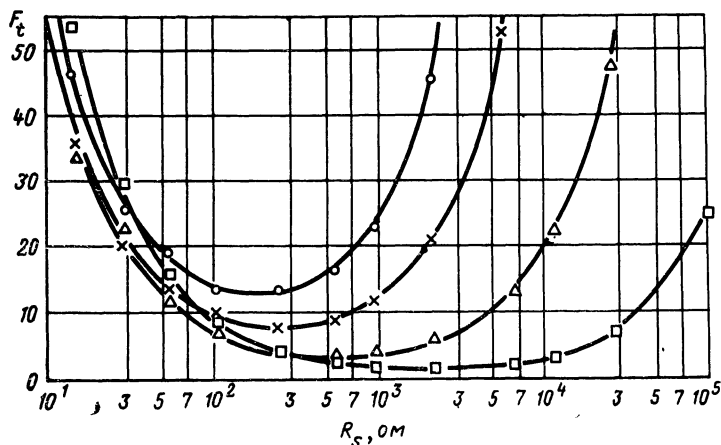


Рис. 7.6. Зависимость коэффициента шума F_t от сопротивления источника R_s с частотой в качестве параметра для МОП-транзистора № 23 [58].

$V_{ds} = V_{ds(нас)}$, $V_{gs} = 0$ в, $I_d = 5,55$ ма. \square — $f = 1$ МГц, $F_t = 1,245 + 2,61 \times 10^{-4} R_s + 779/R_s$; \triangle — $f = 4$ МГц, $F_t = 3,87 + 7,99 \times 10^{-3} R_s + 521/R_s$; \times — $f = 10$ МГц, $F_t = 1,71 + 1,74 \times 10^{-3} R_s + 531/R_s$; \circ — $f = 15$ МГц, $F_t = 6,42 + 1,79 \times 10^{-2} R_s + 593/R_s$.

мом, генерируемым в канале. Это также объясняет и тот факт, что $b_{кор}$ имеет неправильный знак (рис. 7.5).

Отметим также, что g_n значительно больше g_g и $g_{кор} > g_k$. Согласно теории МОП-транзисторов с высокоомными подложками, g_n должно быть несколько меньше

$(4/3)g_g$, а $g_{\text{кор}}$ должно быть мало по сравнению с g_g . Эти эффекты также следует отнести за счет нетеплового шума, генерируемого в канале. Как упомянуто, представляется, что этот избыточный шум не является неотъемлемым свойством МОП-транзистора.

Для полевого транзистора с p - n переходом $R_n = \alpha/g_{m0}$, причем $\alpha \simeq 2/3$, а g_{m0} — низкочастотное значение крутизны. Кроме того, $g_n \simeq g_g$, а $g_{\text{кор}}$ относительно мало по сравнению с g_g [59]. Все это хорошо согласуется с теорией. Хорошей аппроксимацией (7.15) является в данном случае

$$F_{\text{мин}} = 1 + [2R_n g_n + 2\sqrt{R_n g_g + R_n^2 g_g^2}]. \quad (7.17)$$

Следует отметить, что R_n не зависит от частоты в широком диапазоне частот. Таким образом, можно с хорошей точностью положить $R_n g_g = Df^2$, или

$$F_{\text{мин}} = 1 + Df^2 + 2\sqrt{Df^2 + (Df^2)^2}. \quad (7.17a)$$

Измерение $F_{\text{мин}}$ на какой-то одной не слишком низкой частоте позволяет найти D и, следовательно, предсказать значение $F_{\text{мин}}$ в широком диапазоне частот.

Из (7.17) следует, что $F_{\text{мин}} = 3 + 2\sqrt{2} = 5,8$ при $R_n g_g = 1$. Это означает, что можно определить граничную частоту f_c для коэффициента шума, полагая

$$R_n g_g = 1 \text{ или } f_c = 1/\sqrt{D}. \quad (7.17b)$$

Частота, полученная таким образом, не слишком отличается от граничной частоты по крутизне f_0 , входящей в выражение для Y_m :

$$Y_m = \frac{g_{m0}}{1 + jf/f_0}, \quad (7.18)$$

найденное в (5.45).

Б. Схемы с общим затвором и общим стоком

Докажем, что схемы с общим затвором и общим стоком (или истоковый повторитель) имеют тот же самый коэффициент шума, что и схема с общим истоком, при условии, что емкости обратной связи в каждом случае нейтрализованы. Для этого рассмотрим схему с общим затвором с нейтрализованной емкостью C_{ds} (рис. 7.7,а)

для случая, когда проводимость g_{ds} пренебрежимо мала. Тогда при коротком замыкании на выходе имеем:

$$\begin{aligned} \overline{i_{\text{вых}}^2} &= \overline{i_d - Y_m v_s}^2 = \frac{4kTg_s\Delta f + \overline{i_g''^2}}{|Y_s + Y_g + Y_m|^2} |Y_m|^2 + \\ &+ \left| \frac{i_g' Y_m - i_d Y_m}{Y_s + Y_g + Y_m} + i_d \right|^2 = \frac{|Y_m|^2}{|Y_s + Y_g + Y_m|^2} \times \\ &\times \left[4kTg_s\Delta f + \overline{i_g''^2} + \left| Y_s + Y_g + \frac{i_g' Y_m}{i_d} \right|^2 \right]. \end{aligned} \quad (7.19)$$

Снова вводя параметры g_n , R_n и $Y_{\text{кор}}$, получаем для коэффициента шума

$$F = 1 + \frac{g_n}{g_s} + \frac{R_n}{g_s} |Y_s + Y_g + Y_{\text{кор}}|^2, \quad (7.20)$$

что идентично значению, определенному (7.14) для схемы с общим истоком.

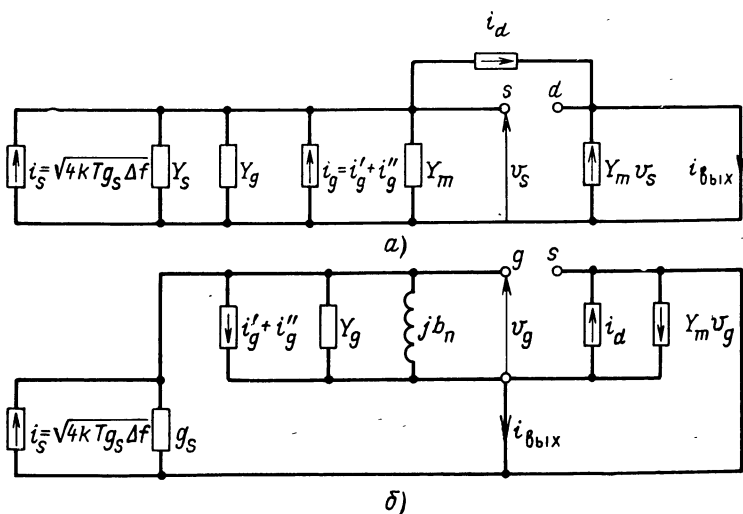


Рис. 7.7. Эквивалентные схемы полевого транзистора с общим затвором (а) и истокового повторителя с нейтрализованной емкостью C_{gs} (б).

На рис. 7.7,б изображена схема истокового повторителя с внутренней обратной связью, которая нейтрализуется проводимостью $j b_n$. Замкнем выход и определим ток

в закорачивающем проводнике. Генератор тока i_s дает вклад ¹⁾

$$\begin{aligned} \frac{i_s}{g_s + Y_g + jb_n} Y_m + \frac{i_s}{g_s + Y_g + jb_n} (Y_g + jb_n) = \\ = \frac{i_s (Y_m + Y_g + jb_n)}{g_s + Y_g + jb_n}. \end{aligned} \quad (7.21)$$

Вклад генератора тока i_g равен

$$\begin{aligned} - \frac{i_g}{g_s + Y_g + jb_n} Y_m + \frac{i_g}{g_s + Y_g + jb_n} g_s = \\ = - \frac{i_g (Y_m - g_s)}{g_s + Y_g + jb_n}, \end{aligned} \quad (7.22)$$

а шум стока дает вклад $-i_d$ в $i_{\text{ВЫХ}}$. Следовательно,

$$\begin{aligned} \overline{i_{\text{ВЫХ}}^2} = |g_s + Y_g + jb_n|^{-2} [\overline{i_s^2} |Y_m + Y_g + jb_n|^2 + \\ + \overline{i_g'^2} |Y_m - g_s|^2 + \\ + |\overline{-i'_g (Y_m - g_s) - i_d (g_s + Y_g + jb_n)}|^2], \end{aligned} \quad (7.23)$$

так что коэффициент шума можно записать как

$$\begin{aligned} F = 1 + \left| \frac{Y_m}{Y_m + Y_g + jb_n} \right|^2 \left[\left| \frac{g_n}{g_s} \right| \left| 1 - \frac{g_s}{Y_m} \right|^2 + \right. \\ \left. + \frac{R_n}{g_s} \left| Y_{\text{кор}} \left(1 - \frac{g_s}{Y_m} \right) + g_s + Y_g + jb_n \right|^2 \right], \end{aligned} \quad (7.24)$$

где использованы те же самые параметры g_n , R_n и $Y_{\text{кор}}$.
На относительно низких частотах

$$|Y_m|^2 \gg |Y_g + jb_n|^2 \text{ и } |1 - (g_s/Y_m)| \approx 1.$$

В этом случае (7.24) сводится к

$$F = 1 + \frac{g_n}{g_s} + \frac{R_n}{g_s} |g_s + Y_g + jb_n + Y_{\text{кор}}|^2, \quad (7.24a)$$

которое идентично (7.14) и (7.20).

На высоких частотах частично из-за члена $|Y_m/(Y_m + Y_g + jb_n)|^2$ и частично из-за $|1 - (g_s/Y_m)|^2$ коэффициент шума нейтрализованного истокового повторителя несколько ниже, чем для нейтрализованных каскадов с об-

¹⁾ Мы пренебрегаем здесь влиянием емкости C_{gd} . Это можно обосновать предположением, что входная цепь настроена на центральную частоту полосы пропускания.

щим истоком и с общим затвором ¹⁾. Это не означает, что истоковый повторитель с нейтрализацией и в самом деле лучше. Чтобы обнаружить это, необходимо вычислить номинальный коэффициент усиления каскада и определить далее шумовое число.

Вычисляя номинальный коэффициент усиления, учтем, что э. д. с. u , введенная в проводник, закорачивающий выходные зажимы, оказывается нагруженной на адмиттанс

$$Y_{\text{вых}} = \frac{Y_m + Y_g + j b_n}{g_s + Y_g + j b_n} g_s = g_{\text{вых}} + j b_{\text{вых}}. \quad (7.25)$$

Тогда (7.21) может быть записано как

$$i_{\text{вых}} = (i_s / g_s) Y_{\text{вых}}. \quad (7.26)$$

Следовательно, номинальный коэффициент усиления по мощности равен

$$G_n = \frac{(1/4) \overline{i_{\text{вых}}^2} / g_{\text{вых}}}{(1/4) i_s^2 / g_s} = \frac{|Y_{\text{вых}}|^2}{g_s g_{\text{вых}}}. \quad (7.27)$$

На высоких частотах проводимость g_s крайне велика, и $|Y_{\text{вых}}|$ может быть сравнима с g_s , так что коэффициент G_n мал. Поэтому истоковый повторитель с нейтрализацией не приносит особой пользы на высоких частотах.

Таким образом приходим к заключению, что все три схемы имеют *один и тот же* коэффициент шума при *одинаковой* проводимости источника и *той же самой* настройке входной цепи. Поэтому сравнение этих схем полезно только тогда, когда желательно проверить правильность техники измерений или допущений, на которых базируется эквивалентность коэффициентов шума этих схем.

Не следует ожидать хорошего совпадения между измеренными коэффициентами шума схем с общим истоком и общим затвором при малых значениях g_s . В данной ситуации коэффициент усиления по мощности исследуемого каскада с общим затвором очень мал, и поэтому главный вклад в результирующую мощность шума на выходе измерительной системы дает шум последующего

¹⁾ Мы здесь пренебрегли членом, содержащим $Y_{\text{кор}}$.

усилителя. Незначительная неточность при учете шумового каскада последующего усилителя приводит к большой погрешности в коэффициенте шума исследуемого каскада.

В. Коэффициент шума полевых тетродов

Полевые тетроды представляют значительный интерес для усилителей высокой частоты, поскольку отпадает необходимость в нейтрализации. Поэтому следует дать точное выражение для их коэффициента шума. Соответствующее рассмотрение справедливо также для каскодных схем на полевых транзисторах и вакуумных триодах. Проблема состоит в том, чтобы выяснить, сколь значителен вклад второй половины полевого тетрода в коэффициент шума прибора. В качестве характеристик этого вклада введем второе эквивалентное шумовое сопротивление.

На рис. 7.8,а показана полная эквивалентная схема прибора, где Y_{gs1} и Y_{gs2} — адмиттансы затвор — исток, а Y_{m1} и Y_{m2} — комплексные крутизны. Шум затвора первой половины прибора разбит на часть i'_{g1} , которая полностью коррелирована с шумом стока i_{d1} , и часть i''_{g1} , которая не коррелирована с i_{d1} . То же самое сделано с шумом затвора i_{g2} второй половины по отношению к шуму стока i_{d2} .

Расчет выполняется в два этапа. На первом этапе, изображенном на рис. 7.8,б, межкаскадная цепь закорачивается и шум второго каскада представляется посредством эквивалентного генератора тока i'_{d1} на выходе этого каскада. Если обозначить через $i_{\text{вых1}}$ ток короткого замыкания на выходе первой половины тетрода, то

$$\begin{aligned} \overline{i_{\text{вых1}}^2} = & \frac{|Y_{m1} - j\omega C_{dg}|^2}{|Y_s + Y_{gs1} + j\omega C_{dg}|^2} \left[\overline{i_s^2} + \right. \\ & + \overline{i_{g1}''^2} + \left| i'_{g1} + i_{d1} \frac{Y_s + Y_{gs1} + j\omega C_{dg}}{Y_m - j\omega C_{dg}} \right|^2 + \\ & \left. + \overline{i_{d1}^2} \frac{|Y_s + Y_{gs1} + j\omega C_{dg}|^2}{|Y_{m1} - j\omega C_{dg}|^2} \right]. \end{aligned} \quad (7.28)$$

Если теперь подставить

$$\begin{aligned} Y_s = g_s + jb_s; \quad Y_{gs1} = g_{gs1} + j\omega C_{gs1}; \\ \overline{i_s^2} = 4kTg_s\Delta f; \quad \overline{i_{g1}''^2} = 4kTg_{n1}\Delta f; \end{aligned}$$

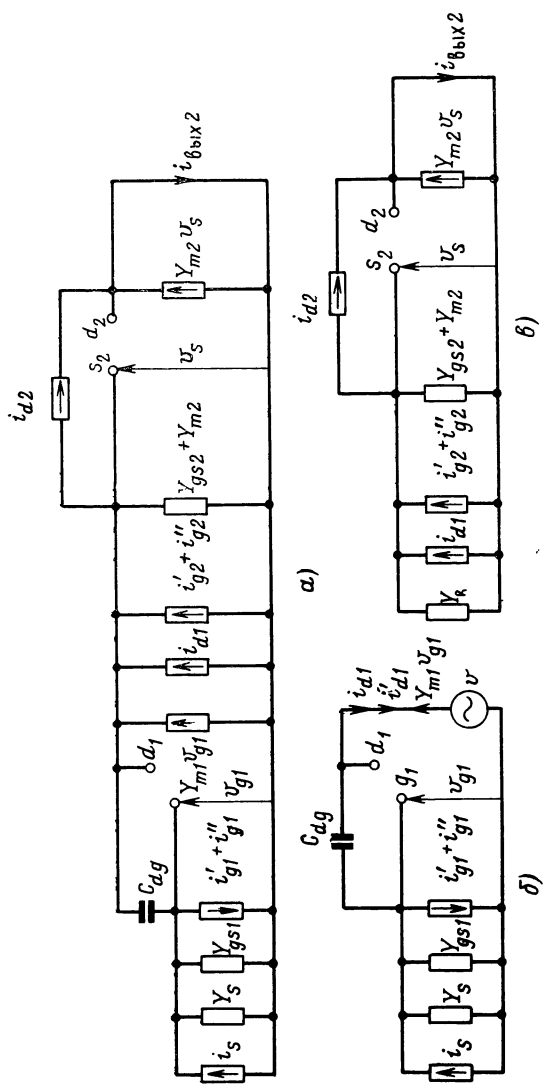


Рис. 7.8. Эквивалентные схемы полевого тетрода:
 а — полная схема; б — схема, в которой шумы второй половины схемы (а) замещены током i'_{d1} , протекающим в проводнике, закорачивающим выход первой половины; в — схема для вычисления i'_d .

$$\begin{aligned}\overline{i_{d1}^2} &= 4kTR_{n1}\Delta f |Y_{m1} - j\omega C_{dg}|^2; \\ \overline{i_{d1}'^2} &= 4kTR'_{n1}\Delta f |Y_{m1} - j\omega C_{dg}|^2; \\ Y_{\text{кoп1}} &= \frac{i'_{g1}}{i_{d1}} (Y_{m1} - j\omega C_{dg}) = \\ &= \frac{\overline{i_{g1} i_{d1}^*}}{i_{d1}^2} (Y_{m1} - j\omega C_{dg}),\end{aligned}$$

получаем для коэффициента шума

$$\begin{aligned}F &= 1 + \frac{g_{n1}}{g_s} + \frac{R_{n1}}{g_s} |Y_s + Y_{gs1} + j\omega C_{dg} + Y_{\text{кoп1}}|^2 + \\ &+ \frac{R'_{n1}}{g_s} |Y_s + Y_{gs1} + j\omega C_{dg}|^2.\end{aligned}\quad (7.29)$$

Величина F как функция b_s достигает минимума между

$b_{s1} = -(C_{gs1} + C_{dg} + C_{\text{кoп1}})$ и $b'_{s1} = -(C_{gs1} + C_{dg})$,
что совсем близко к настройке на максимум коэффициента передачи. Поэтому коэффициент шума при настройке равен

$$\begin{aligned}F_{\text{настр}} &= 1 + \frac{g_{n1}}{g_s} + \frac{R_{n1}}{g_s} (g_s + g_{gs1} + g_{\text{кoп1}})^2 + \\ &+ \frac{R'_{n1}}{g_s} (g_s + g_{gs1})^2 \cong 1 + \frac{g_{n1}}{g_s} + \\ &+ \frac{R_{n1} + R'_{n1}}{g_s} (g_s + g_{gs1})^2,\end{aligned}\quad (7.30)$$

до тех пор, пока проводимость $g_{\text{кoп1}}$ не слишком велика. В этом случае влияние второй половины проявляется только в увеличении шумового сопротивления всего ансамбля.

Следующий этап заключается в вычислении R'_{n1} , для чего определим прежде выходной адмиттанс $Y_{\text{вых}}$ первой половины тетрода. Если поместить в короткозамыкателе на выходе э. д. с. v (рис. 7.8,б), то получим результирующий ток

$$i = Y_{\text{вых}} v = Y_{m1} v_{g1} + j\omega C_{dg} (v - v_{g1}).$$

Но, как можно видеть,

$$v_{g1} = v j\omega C_{dg} / (Y_s + Y_{gs1} + j\omega C_{dg}),$$

так что

$$Y_{\text{ВЫХ}} = j\omega C_{dg} (Y_{m_1} + Y_s + Y_{gs_1}) / (j\omega C_{dg} + Y_s + Y_{gs_1}). \quad (7.31)$$

Заменим теперь первую половину полевого тетрода проводимостью $Y_{\text{ВЫХ}}$, сохранив шумовой ток короткого замыкания стока i_{d_1} этой половины, чтобы вычислить i'_{d_1} . Тогда эквивалентная схема второй половины приобретает вид, показанный на рис. 7.8,в. Ток короткого замыкания на выходе второй половины равен

$$\begin{aligned} i_{\text{ВЫХ}2} &= (i_{d_1} + i'_{g_2} + i''_{g_2}) \frac{Y_{m_2}}{Y_{m_2} + Y_{gs_2} + Y_{\text{ВЫХ}}} + \\ &+ i_{d_2} \left(\frac{-Y_{m_2}}{Y_{m_2} + Y_{gs_2} + Y_{\text{ВЫХ}}} + 1 \right) = \\ &= \frac{Y_{m_2}}{Y_{m_2} + Y_{gs_2} + Y_{\text{ВЫХ}}} (i_{d_1} + i'_{d_1}), \end{aligned} \quad (7.32)$$

так что

$$i'_{d_1} = (i'_{g_2} + i''_{g_2}) + i_{d_2} (Y_{gs_2} + Y_{\text{ВЫХ}}) / Y_{m_2} \quad (7.32a)$$

и, следовательно,

$$\begin{aligned} \overline{i_{d_1}^2} &= 4kTR'_{n_1} \Delta f |Y_{m_1} - j\omega C_{dg}|^2 = \\ &= \overline{i_{g_2}^2} + \frac{\overline{i_{d_2}^2}}{|Y_{m_2}|^2} \left| \frac{i'_{g_2} Y_{m_2}}{i_{d_2}} + Y_{\text{ВЫХ}} + Y_{gs_2} \right|^2 = \\ &= 4kT \Delta f [g_{n_2} + R_{n_2} |Y_{\text{ВЫХ}} + Y_{gs_2} + Y_{\text{КОР}2}|^2], \end{aligned} \quad (7.33)$$

где

$$\begin{aligned} \overline{i_{g_2}^2} &= 4kT g_{n_2} \Delta f, \\ \overline{i_{d_2}^2} &= 4kT R_{n_2} \Delta f |Y_{m_2}|^2, \\ Y_{\text{КОР}2} &= \frac{i'_{g_2}}{i_{d_2}} Y_{m_2}. \end{aligned}$$

Таким образом

$$R'_{n_1} = (g_{n_2} + R_{n_2} |Y_{\text{ВЫХ}} + Y_{gs_2} + Y_{\text{КОР}2}|^2) / |Y_{m_1} - j\omega C_{dg}|^2. \quad (7.34)$$

Часто проводимость $Y_{\text{КОР}2}$ настолько мала, что ее влиянием можно пренебречь.

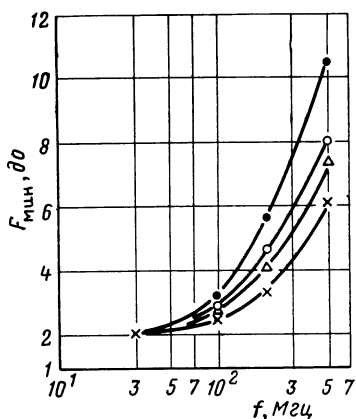


Рис. 7.9. Зависимость коэффициента шума от частоты для каскодной схемы (\cdot), для каскодной схемы с нейтрализацией в первой ступени (\circ), для каскодной схемы с нейтрализацией в первой ступени и настроенной соединительной цепью между первой и второй ступенями (Δ) и для левого триода с нейтрализацией (\times) [98].

трализовать емкость C_{dg} при помощи настройки, а также настроить межкаскадную цепь.

Обратимся вначале к первому эффекту. Поскольку

$$Y_{m1} = g_{m1}/(1 + jf/f_0), \text{ то } |Y_{m1} - j\omega C_{dg}| > |Y_{m1}|.$$

На первый взгляд представляется, что емкость C_{dg} оказывает благотворное влияние как на R_{n1} , так и на R'_{n1} . Но этот вывод не учитывает влияние $Y_{\text{вых}}$ на R'_{n1} . Вблизи граничной частоты по крутизне проводимость $Y_{\text{вых}}$ становится очень большой, а это способствует значительному увеличению R'_{n1} . В большинстве случаев последний эффект доминирует, и поэтому устранение C_{dg} нейтрализацией (т. е. настройкой) оказывает положительное воздействие.

Дальнейшее улучшение может быть получено при настройке межкаскадной цепи на центральную частоту полосы пропускания. В этом случае $|Y_{\text{вых}} + Y_{gs2} + Y_{\text{кор2}}|^2$

На относительно низких частотах $\omega C_{dg} \ll |Y_{m1}|$, $|Y_{\text{вых}} + Y_{gs2}| \ll |Y_{m1}|$ и $g_{n2} \ll |Y_{m1}|$. В этом случае можно пренебречь сопротивлением R'_{n1} по сравнению с R_{n1} , и тогда коэффициент шума тетрода соответствует коэффициенту шума первой половины. Однако вблизи граничной частоты f_0 транзистора по крутизне сопротивление R'_{n1} может быть сравнимо или больше, чем R_{n1} , так что необходимо учитывать влияние второй ступени.

Исследуем в заключение, какие открываются дополнительные возможности, если тетрод снабжен пятью внешними выводами: g_1 , s_1 , $d_1 = s_2$, g_2 и d_2 . В этом случае становится возможным ней-

можно заменить на g_{gs2}^2 и тогда

$$R'_{n1} = (g_{n2} + R_{n2} g_{gs2}^2) / |Y_{m1}|^2. \quad (7.34a)$$

На рис. 7.9 приведены результаты измерения коэффициента шума каскодной схемы на полевом транзисторе с нейтрализацией и без нее, а также при наличии и в отсутствие настройки межкаскадной цепи. Из него следует, что перечисленные меры позволяют значительно улучшить коэффициент шума.

Клаассен [95] сообщил о полевом тетроре с каналом длиной 3 мкм, который обладал приемлемыми шумовыми свойствами на частотах вплоть до, приблизительно, 1 500 МГц.

Г. Шум нейтрализованных каскадов на вакуумных триодах

Теория, развитая для полевого транзистора при включении его с общим истоком, остается справедливой и для вакуумного триода, включенного по схеме с общим катодом, при условии нейтрализации емкости анод — сетка. Используя обозначения, введенные в п. Б § 6.2, имеем для наведенного шума сетки $i'_g = i_c - i_a$ (причем следовало бы ожидать полной корреляции этого тока с i_a) и для электронного адмиттанса $Y_{ge} = Y_{mc} - Y_{ma}$. Оказывается, существует также некоррелированная компонента i''_g наведенного тока сетки, порождаемая неоднородностью электронного потока, обусловленной проводами сетки. Наконец, необходимо помнить, что в полевом транзисторе ток стока i_d *вытекает* из стока, тогда как в вакуумном триоде анодный ток i_a *втекает* в анод. По аналогии с (7.13) положим

$$\overline{i_g'^2} = 4kT_0 g_n \Delta f, \quad \overline{i_a^2} / |Y_{ma}|^2 = 4kT_0 R_n \Delta f, \\ Y_{кор} = - (i'_g / i_a) Y_{ma} \quad (7.35)$$

(обратите внимание на знак *минус* в выражении для $Y_{кор}$!).

Далее по аналогии с (7.14) получим

$$F = 1 + \frac{g_n}{g_s} + \frac{R_n}{g_s} |Y_s + Y_{ge} + Y_{кор}|^2. \quad (7.36)$$

Иногда необходимо учитывать влияние проводимости резонансного контура g_c .

Можно отметить, что (ср. с п. Б § 6.2):

$$\begin{aligned}
 Y_{ge} + Y_{кор} &= -\frac{1}{2} g_m j\omega\tau_1 \left(1 - \frac{d_m}{d_{cg}}\right) + \\
 &+ Y_{mc} - Y_{ma} - \frac{i_c - i_a}{i_a} Y_{ma} = \\
 &= -\frac{1}{2} g_m j\omega\tau_1 \left(1 - \frac{d_m}{d_{cg}}\right) + Y_{mc} - \frac{i_c}{i_a} Y_{ma} = \\
 &= -\frac{1}{2} g_m j\omega\tau_1 \left(1 - \frac{d_m}{d_{cg}}\right) + \\
 &+ g_m \frac{(1/3) j\omega\tau_1}{(1/3) (j\omega\tau_1) \Phi_6(j\omega\tau_1) + [\Phi_3(j\omega\tau_1)]^2 \exp(j\omega\tau_1)}
 \end{aligned}$$

Разлагая в ряд Тейлора по $j\omega$ и пренебрегая членами со степенями $j\omega$ выше второй, получаем после некоторых преобразований:

$$Y_{ge} + Y_{кор} = \left(-\frac{1}{6} + \frac{1}{2} \frac{d_m}{d_{cg}}\right) j\omega\tau_1 g_m + 0 (j\omega\tau_1)^2 g_m. \quad (7.37)$$

Полагая $Y_{ge} = g_{ge} + j\omega C_{ge}$ и $Y_{кор} = g_{кор} + j\omega C_{кор}$, имеем с точностью до членов второй степени по $j\omega$:

$$(C_{ge} + C_{кор}) = \left(-\frac{1}{6} + \frac{1}{2} \frac{d_m}{d_{cg}}\right) \tau_1 g_m, \quad g_{ge} + g_{кор} = 0. \quad (7.37a)$$

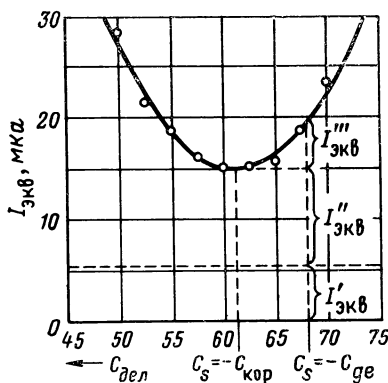


Рис. 7-10. Зависимость эквивалентного тока насыщенного диода для лампы 6АС7 от величины входной емкости.

Лампа включена как триод с нейтрализацией емкости анод—сетка при $g_s = 0$. $I'_{экв}$ представляет шум цепи настройки, $I''_{экв}$ — некоррелированную часть наведенного шумового тока сетки и $I'''_{экв}$ — коррелированную часть наведенного шума сетки. Приведенное графическое построение справедливо, если $0,05R_n g_c^2$ мало по сравнению с другими величинами (особенно $I''_{экв}$). Входная цепь является настроенной при $C_s = 0$, если лампа заперта. Входная цепь настроена на максимум сигнала, если $C_s = -C_{ge}$, когда лампа работает

в нормальном режиме. $I_{экв}$ становится минимальным при $C_s = -C_{кор}$. Измерения показали, что емкость $C_{кор}$ очень мала. Поскольку одно деление соответствует $0,29$ нФ, то C_{ge} составляет $1,97$ нФ [99].

Следовательно, при настройке на минимум коэффициента шума

$$F_t = 1 + (g_n/g_s) + R_n g_s, \quad (7.38)$$

так что минимальный коэффициент шума оказывается равным

$$F_{\min} = 1 + 2 \sqrt{R_n g_n} \text{ при } g_s = (g_s)_{\text{опт}} = \sqrt{g_n/R_n}. \quad (7.39)$$

Аналогичные результаты должны получаться и для схемы с общей сеткой.

Для триодов в металлической оболочке $d_m \simeq (1/3) d_{cg}$, и поэтому $(C_{ge} + C_{кор}) \simeq 0$ (см. рис. 7.10). В этом случае нельзя пренебрегать проводимостью резонансного контура g_c .

7.3. КОЭФФИЦИЕНТ ШУМА КАСКАДОВ НА БИПОЛЯРНЫХ ТРАНЗИСТОРАХ

А. Коэффициент шума схемы с общей базой

Начнем анализ со схемы с общей базой, показанной на рис. 7.11, которая является некоторой детализацией рис. 6.3,а. Если предположить, что шумовое напряжение,

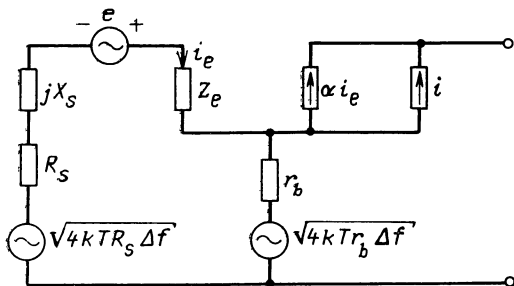


Рис. 7.11. Эквивалентная схема каскада на биполярном транзисторе с общей базой.

развиваемое на коллекторной емкости C_{cb} , велико по сравнению с шумом в других частях схемы, можно представить шум как $i + \alpha i_e$, где

$$\begin{aligned} |i + \alpha i_e|^2 &= \frac{|4kT(R_s + r_b)\Delta f|}{|Z_s + r_b + Z_e|^2} |\alpha|^2 + \\ &+ \left| i + \frac{e\alpha}{Z_s + r_b + Z_e} \right|^2. \end{aligned} \quad (7.40)$$

Разобьем теперь e на часть e' , полностью коррелированную с i , и часть e'' , не коррелированную с i , и введем параметры

$$\begin{aligned}\overline{e'^2} &= 4kTR_{ne}\Delta f, \quad \overline{i^2}/|\alpha|^2 = 4kTg_{ne}\Delta f, \\ Z_{\text{кор}} &= \alpha \frac{e'}{i} = \overline{\alpha e i^*} / \overline{i^2}.\end{aligned}\quad (7.41)$$

Тогда коэффициент шума схемы может быть записан как

$$F = 1 + \frac{r_b + R_{ne}}{R_s} + \frac{g_{ne}}{R_s} |Z_s + r_b + Z_e + Z_{\text{кор}}|^2. \quad (7.42)$$

При

$$Z_s = R_s + jX_s, \quad Z_e = R_e + jX_e \quad \text{и} \quad Z_{\text{кор}} = R_{\text{кор}} + jX_{\text{кор}}$$

схема настроена на минимум коэффициента шума, если

$$X_s + X_e + X_{\text{кор}} = 0, \quad (7.43)$$

а значение коэффициента шума F_t при настройке равно

$$\begin{aligned}F_t &= 1 + \frac{r_b + R_{ne}}{R_s} + \frac{g_{ne}}{R_s} (R_s + r_b + R_e + \\ &+ R_{\text{кор}})^2 = A + \frac{B}{R_s} + CR_s.\end{aligned}\quad (7.44)$$

По отношению к R_s это гипербола, причем

$$A = 1 + 2g_{ne}(r_b + R_e + R_{\text{кор}}),$$

$$B = r_b + R_{ne} + g_{ne}(r_b + R_e + R_{\text{кор}})^2, \quad C = g_{ne}, \quad (7.44a)$$

так что

$$\begin{aligned}r_b + R_e + R_{\text{кор}} &= (A - 1)/2C, \quad r_b + R_{ne} = \\ &= B - (A - 1)^2/4C, \quad g_{ne} = C.\end{aligned}\quad (7.44б)$$

Измеряя зависимость F_t от R_s , можно экспериментально определить A , B и C и далее вычислить g_{ne} , $r_b + R_{ne}$ и $r_b + R_e + R_{\text{кор}}$. Поскольку $R_e \simeq R_{e0} \simeq 26/I_E$ и $R_{ne} \simeq (1/2)R_{e0} \simeq 13/I_E$, где I_E — величина тока в миллиамперах, мы можем, таким образом, вычислить g_{ne} , r_b и $R_{\text{кор}}$ по шумовым данным. Во многих случаях влияние $X_{\text{кор}}$ относительно мало.

Рис. 7.12 показывает зависимость $r_b + R_{ne}$ от тока эмиттера I_E СВЧ транзистора. В этом случае r_b , очевид-

но, не зависит от тока, так что $r_b + R_{ne}$ можно представить формулой

$$r_b + R_{ne} = 35 + 13/I_E \text{ (ом)}, \quad (7.44\text{в})$$

где I_E берется в миллиамперах. Это дает $r_b = 35$ ом и $R_{ne} \simeq (1/2)R_{e0}$, как и следовало ожидать. Обычно R_{ne} настолько мало, что вполне допустимо подставить $R_{ne} \simeq (1/2)R_{e0}$ и вычислить r_b по имеющимся данным.

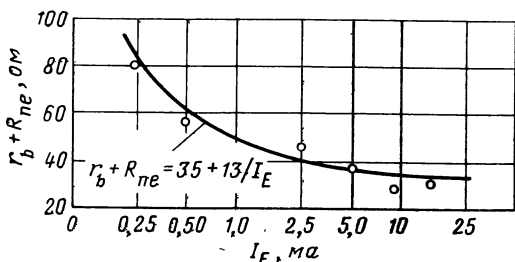


Рис. 7.12. Зависимость $r_b + R_{ne}$ от I_E для 2N2996 № 31, Ge, p - n - p транзистора, $V_{CB} = -6$ в, $f = 4$ МГц [96].

Практически это один из наиболее точных методов определения r_b .

Согласно (7.44) минимальный коэффициент шума равен

$$F_{\min} = A + 2\sqrt{BC} \text{ при } R_s = (R_s)_{\text{опт}} = \sqrt{B/C}. \quad (7.45)$$

Подставим сюда значения для R_{ne} , g_{ne} и $R_{кор}$. Из теории известно $R_{ne} \simeq (1/2)R_{e0}$, сопротивление $R_{кор}$ предполагается очень небольшим, так что им можно пренебречь, а g_{ne} получается из (6.20) как

$$g_{ne} = \frac{\alpha_f}{\alpha_0^2} \frac{(1 - \alpha_f + f^2/f_\alpha^2)}{2R_{e0}} \simeq \frac{1 - \alpha_f + f^2/f_\alpha^2}{2R_{e0}}. \quad (7.46)$$

Здесь пренебрегли током насыщения коллектора I_{c0} , а α_f/α_0^2 заменили единицей. Выполняя подстановки, находим

$$F_{\min} = 1 + \left(1 - \alpha_f + \frac{f^2}{f_\alpha^2}\right) \left(1 + \frac{r_b}{R_{e0}}\right) +$$

$$+ \sqrt{\left(1 - \alpha_f + \frac{f^2}{f_\alpha^2}\right) \left(1 + 2 \frac{r_b}{R_{e0}}\right) + \frac{f^4}{f_\alpha^4}} + \frac{f^2}{f_\alpha^2} \left(1 + \frac{r_b}{R_{e0}}\right)^2. \quad (7.47)$$

На относительно низких частотах, где $f^2/f_\alpha^2 \ll 1 - \alpha_f$, член $(1 - \alpha_f)(1 + r_b/R_{e0})$ настолько мал, что им можно пренебречь. Тогда с хорошей точностью

$$F_{\min} = 1 + \sqrt{(1 - \alpha_f)(1 + 2r_b/R_{e0})}. \quad (7.47a)$$

При $f/f_\alpha > \sqrt{1 - \alpha_f}$ коэффициент шума начинает возрастать с ростом частоты. При $f^2/f_\alpha^2 \gg 1 - \alpha_f$

$$F_{\min} \approx 1 + \left(1 + \frac{r_b}{R_{e0}}\right) \frac{f^2}{f_\alpha^2} + \sqrt{\left(1 + \frac{2r_b}{R_{e0}}\right) \frac{f^2}{f_\alpha^2} + \left(1 + \frac{r_b}{R_{e0}}\right)^2 \frac{f^4}{f_\alpha^4}}. \quad (7.47б)$$

Функция меняется как f/f_α , если отношение f/f_α относительно мало, и как f^2/f_α^2 , если f/f_α относительно велико, т. е. при $f/f_\alpha > 1$.

На рис. 7.13 приведены результаты измерений коэффициента шума СВЧ транзистора, о котором говорилось

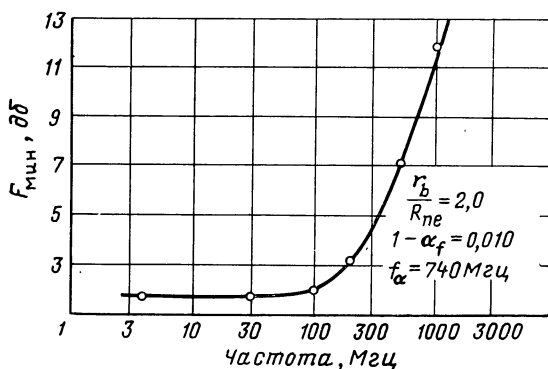


Рис. 7.13. Зависимость минимального коэффициента шума от частоты для 2N2996 № 31, Ge, p-n-p транзистора при $I_E = 1.5 \text{ ма}$, $V_{CB} = -6 \text{ в}$ [96].

в связи с рис. 7.12. При использовании значений r_b/R_{e0} , α_j и f , показанных на рисунке, получено хорошее соответствие между теорией и экспериментом. На рис. 7.14 для того же самого транзистора построены графики зависимости F_{\min} от тока эмиттера I_E с частотой f в качестве

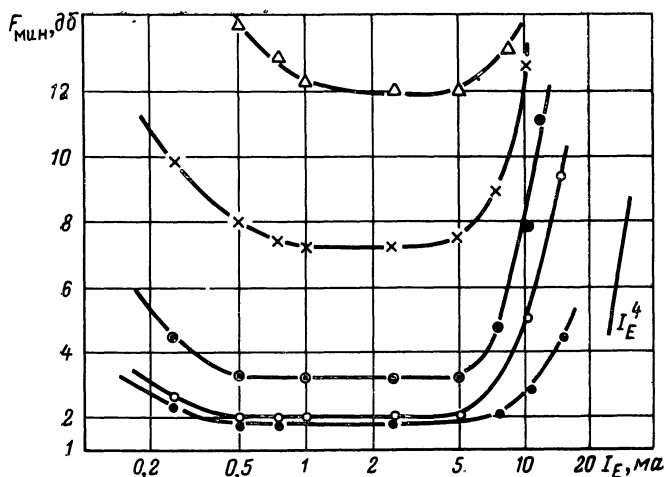


Рис. 7.14. Зависимость коэффициента шума от I_E с частотой в качестве параметра для 2N2996 № 31, Ge, p - n - p при $V_{CB} = -6$ в [96].
 ● — 30 МГц, ○ — 100 МГц, ⊙ — 200 МГц, × — 500 МГц, △ — 1000 МГц.

параметра. Возрастание F_{\min} при очень малых и очень больших токах обусловлено уменьшением f_α .

Снижение f_α при малых токах вызвано следующим. Эмиттерный переход имеет емкость C_{TE} , связанную с областью пространственного заряда перехода, и емкость C_d , обусловленную накоплением дырок в базе. Выражение для f_α может быть записано в виде

$$f_\alpha = \frac{1/R_{e0}}{2\pi(C_{TE} + C_d)}. \quad (7.48)$$

Величина C_{TE} почти не зависит от I_E , а $1/R_{e0}$ и C_d прямо пропорциональны I_E . При достаточно больших токах $C_{TE} < C_d$ и f_α практически не зависит от I_E , но при малых токах $C_{TE} > C_d$ и поэтому f_α линейно убывает с уменьшением I_E .

Падение f_α при больших токах вызвано тем обстоятельством, что ток через коллекторный переход начинает ограничиваться пространственным зарядом. При заданном напряжении на коллекторе V_{CB} ток в этом случае может возрастать только за счет расширения области протекания тока. А это ведет к росту эффективной длины участка диффузии в области базы, и следовательно, к уменьшению f_α .

Грубая оценка показывает, что f_α меняется как $1/I_E^2$, а так как F_{\min} меняется как $1/f_\alpha^2$ при $f^2/f_\alpha^2 > 1$, то это соответствует изменению F_{\min} от I_E как I_E^4 . Это очень хорошо согласуется с экспериментальными данными (см. рис. 7.14). Подробности могут быть найдены в [96].

Обратимся теперь к измерениям в планарных кремниевых транзисторах с граничными частотами по крутизне между 50 и 200 МГц, так как они обнаруживают интересные данные, относящиеся к корреляционному импедансу $Z_{кор} = R_{кор} + jX_{кор}$. Теоретически $R_{кор}$ должно бы быть пренебрежимо малым на низких частотах, а $R_{кор}$ и $X_{кор}$ должны бы быть относительно малы на всех частотах.

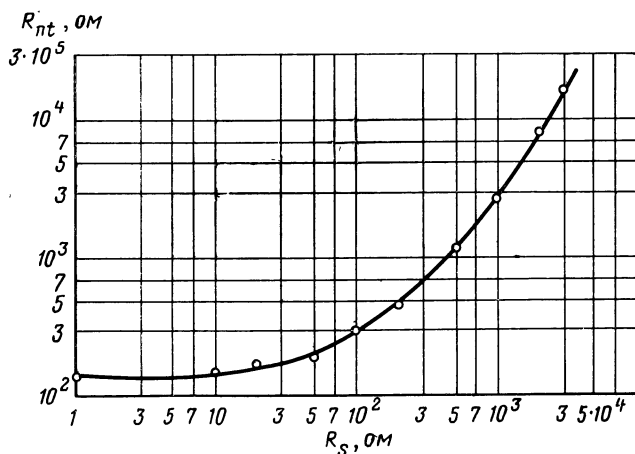


Рис. 7.15. Зависимость R_n от R_s для 2N1564 № 1 на частоте 550 кГц при $I_E = 1$ ма [97].

О — экспериментальные точки. Кривая построена по уравнению $R_n = A + BR_s + CR_s^2$ при $A = 134$ ом, $B = 1,35$, $C = 12,3 \times 10^{-4}$ сим.

Измерения выполнялись путем определения эквивалентного шумового сопротивления $R_n = FR_s$ прибора. Согласно (7.42) и (7.44)

$$R_n = FR_s = B + AR_s + CR_s^2 + C(X_s + X_c + X_{кор})^2, \quad (7.49)$$

где A , B и C имеют прежний смысл. Величина $X_{кор}$ измерялась путем включения переменного реактанса X_s последовательно с R_s и настройкой на минимум шумового сопротивления R_{nt} . На рис. 7.15 приведены типичные ре-

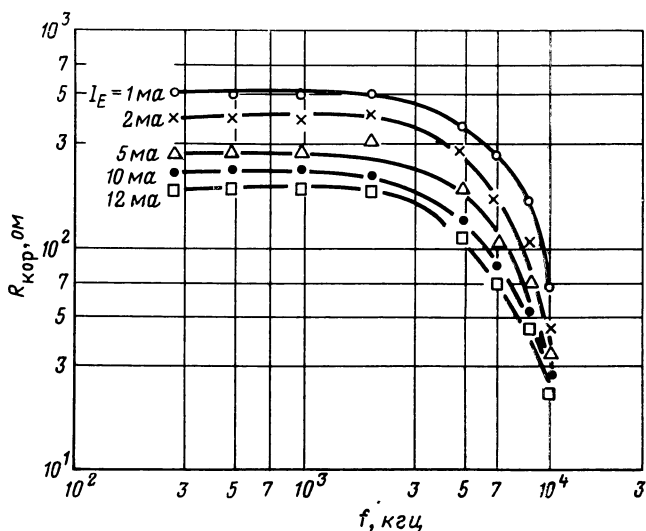


Рис. 7.16. Зависимость $R_{кор}$ от частоты для 2N1893 с I_E в качестве параметра [97].

зультаты измерения R_{nt} , а на рис. 7.16 и 7.17 построены зависимости $R_{кор}$ и $-X_{кор}$ от частоты с током I_E в качестве параметра. Измерения показывают, что $R_{кор}$ было очень большим, особенно на низких частотах, что вещественная часть ($\alpha^* Z_{кор} g_{ne}$) велика по сравнению с мнимой частью и что в большинстве случаев $R_{кор}$ было значительно больше $X_{кор}$.

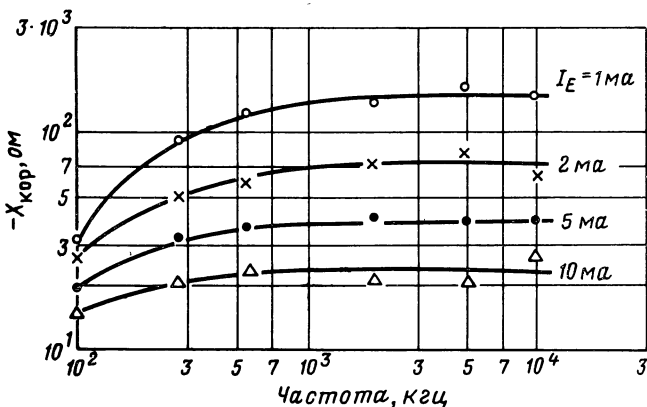


Рис. 7.17. Зависимость $X_{\text{кор}}$ от частоты для 2N1893 с I_E в качестве параметра [97].

Согласно определению $Z_{\text{кор}}$, так как e'' и i не коррелированы, а e' и i полностью коррелированы, имеем

$$\begin{aligned} \overline{e' i^*} &= Z_{\text{кор}} \frac{\overline{i^2}}{\alpha} = 4kT \Delta f \alpha^* Z_{\text{кор}} g_{ne} \simeq \\ &\simeq 4kT \Delta f Re(\alpha^* Z_{\text{кор}} g_{ne}) = \sqrt{\overline{e'^2} \cdot \overline{i^2}}. \end{aligned} \quad (7.50)$$

Величина $Z_{\text{кор}}$ меняется как $1/\sqrt{I_E}$, а g_{ne} и $\overline{i^2}$ прямо пропорциональны I_E , так что, с некоторым приближением, $\overline{e'^2}$ не зависит от тока. Так как $\overline{e'^2}$ обратно пропорционально I_E , считается, что наличие у e коррелированной части e' связано с эффектом высокого уровня инжекции, причина которого в настоящее время не известна.

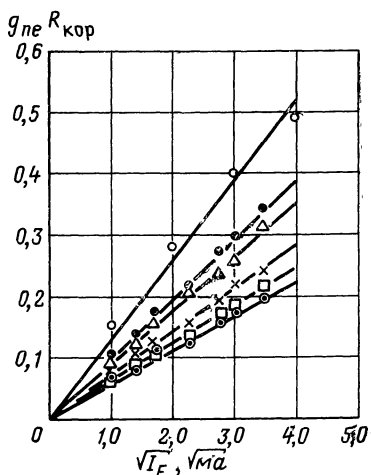
Подставляя в (7.45) выражения для A , B и C , имеем

$$\begin{aligned} F_{\text{мин}} &= 1 + 2g_{ne}(r_b + R_e + R_{\text{кор}}) + \\ &+ 2\sqrt{(r_b + R_{ne})g_{ne} + g_{ne}^2(r_b + R_e + R_{\text{кор}})^2}. \end{aligned} \quad (7.51)$$

Согласно [97] при больших токах член $g_{ne}R_{\text{кор}}$ находится в пределах от 0,2 до 0,5. Кроме того, в широком интервале I_E произведение $g_{ne}R_{\text{кор}}$ изменяется как $\sqrt{I_E}$ (рис. 7.18). Поэтому корреляционное сопротивление $R_{\text{кор}}$ может служить причиной значительного увеличения $F_{\text{мин}}$, особенно при больших токах.

Рис. 7.18. Зависимость $g_{ne} R_{кор}$ от $\sqrt{T_E}$ на частоте 550 кГц при $V_{CB} = -10$ в для ряда транзисторов [97]:

О — 2N930 № 2, $\beta=150$, $r_b=200$ ом,
 . — 2N1566 № 4, $\beta=160$, $r_b=120$ ом,
 △ — 2N698 (2N1893) № 1, $\beta=142$, $r_b=$
 $=80$ ом, × — 2N1566 № 1, $\beta=100$,
 $r_b=230$ ом, □ — 2N2411, $\beta=32$, $r_b=$
 $=100$ ом, ⊙ — 2N1564 № 4, $\beta=25$, $r_b=$
 $=70$ ом; $g_{ne} R_{кор} = \text{const } \sqrt{T_E}$.



За исключением эффекта корреляции, который нуждается в дальнейшем изучении, теория удивительно хорошо подтверждается экспериментом даже при таких токах, где можно было бы ожидать высокого уровня инжекции.

Б. Коэффициент шума транзисторной схемы с общим эмиттером

Покажем теперь, что схема с общей базой и схема с общим эмиттером, в которой нейтрализована емкость обратной связи C_{bc} , имеют идентичные коэффициенты шума. С этой целью обратимся к рис. 7.19, который является развитием рис. 6.3,б. Если $Z_s = R_s + jX_s$, имеем

$$\overline{i_{вых}^2} = 4kT(R_s + r_b) \Delta f \left| \frac{1/Y_{be}}{Z_s + r_b + 1/Y_{be}} Y_{ce} \right|^2 + \\ + \left| \frac{i_b(Z_s + r_b)(1/Y_{be})}{Z_s + r_b + 1/Y_{be}} Y_{ce} - i_2 \right|^2, \quad (7.52)$$

так что коэффициент шума при включении с общим эмиттером

$$F = 1 + \frac{r_b}{R_s} + \frac{1}{4kTR_s \Delta f} \times \\ \times \left| i_b(Z_s + r_b) - i_2 \frac{Z_s + r_b + 1/Y_{be}}{Y_{ce}/Y_{be}} \right|^2, \quad (7.53)$$

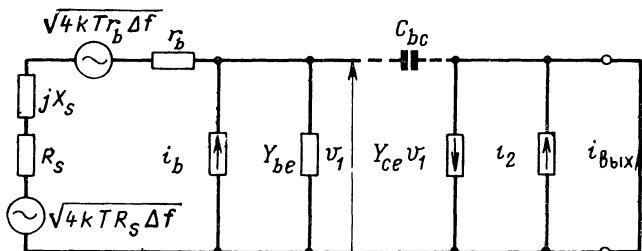


Рис. 7.19. Эквивалентная схема транзистора при включении его с общим эмиттером.

тогда как при включении с общей базой согласно (7.40)

$$F = 1 + \frac{r_b}{R_s} + \frac{1}{4kTR_s\Delta f} \left| \frac{i(Z_s + Z_e + r_b)}{\alpha} + e \right|^2. \quad (7.54)$$

Здесь $i_b = i_1 - i_2$, $i = i_2 - \alpha i_1$, $\alpha = Y_{ce}/Y_e$, $e = i_1/Y_e = i_1 Z_e$ и $Y_e = Y_{ce} + Y_{be}$ в соответствии с гл. 6. Отсюда для последнего члена уравнения (7.53) имеем

$$\begin{aligned} & - (i_1 - i_2)(Z_s + r_b) + i_2 \frac{(Z_s + r_b)Y_{be} + 1}{Y_{ce}} = \\ & = - i_1(Z_s + r_b) + i_2 \frac{(Z_s + r_b)Y_e + 1}{Y_{ce}} = \\ & = - i_1(Z_s + r_b + Z_e) + \frac{i_2(Z_s + r_b + Z_e)}{\alpha} + i_1 Z_e = \\ & = \frac{i(Z_s + r_b + Z_e)}{\alpha} + e, \end{aligned}$$

так что последние члены в (7.53) и (7.54) и в самом деле идентичны. Это означает, что обе схемы имеют одинаковые коэффициенты шума, если только осуществлена нейтрализация.

Учтем теперь влияние емкости C_{bc} . Если

$$1/Z'_{be} = Y_{be} + j\omega C_{bc},$$

получаем

$$\begin{aligned} \overline{i_{вых}^2} &= \frac{4kT(R_s + r_b)\Delta f |Z'_{be}|^2}{|Z_s + r_b + Z'_{be}|^2} |Y_{ce} - j\omega C_{bc}|^2 + \\ &+ \left| \frac{i_b(Z_s + r_b)Z'_{be}}{Z_s + r_b + Z'_{be}} (Y_{ce} - j\omega C_{bc}) - i_2 \right|^2, \end{aligned} \quad (7.55)$$

так что коэффициент шума становится равным

$$F = 1 + \frac{r_b}{R_s} + \frac{1}{4kTR_s\Delta f} \times \left| i_b(Z_s + r_b) - \frac{i_2(Z_s + r_b + Z'_{be})}{Z'_{be}(Y_{ce} - j\omega C_{bc})} \right|^2. \quad (7.56)$$

Заметим теперь, что

$$\begin{aligned} - (i_1 - i_2)(Z_s + r_b) + \frac{i_2(Z_s + r_b + Z'_{be})}{Z'_{be}(Y_{ce} - j\omega C_{bc})} &= -i_1(Z_s + r_b) + \\ + i_2 \frac{(Z_s + r_b)(Y_{ce} - j\omega C_{bc}) + (Z_s + r_b)(Y_{be} + j\omega C_{bc}) + 1}{Y_{ce} - j\omega C_{bc}} &= \\ = -i_1(Z_s + r_b) + i_2 \frac{(Z_s + r_b)Y_{ce} + 1}{Y_{ce} - j\omega C_{bc}} &= \\ = -i_1(Z_s + r_b + Z_e) + i_2 \frac{Z_s + r_b + Z_e}{\alpha - j\omega C_{bc}Z_e} + e, \end{aligned}$$

где $e = i_1 Z_e$. Отсюда

$$F = 1 + \frac{r_b}{R_s} + \frac{1}{4kTR_s\Delta f} \times \left| \frac{i_2 - i_1(\alpha - j\omega C_{bc}Z_e)}{(\alpha - j\omega C_{bc}Z_e)} (Z_s + r_b + Z_e) + e \right|^2. \quad (7.56a)$$

Следовательно, влияние обратной связи проявляется лишь в том, что α должно быть замещено разностью $(\alpha - j\omega C_{bc}Z_e)$. Если выбрать

$$i' = i_2 - i_1(\alpha - j\omega C_{bc}Z_e) \quad (7.57)$$

в качестве нового источника шума и ввести шумовые параметры g'_{ne} , R'_{ne} и $Z'_{кор}$ при помощи определений

$$\begin{aligned} \frac{\overline{i'^2}}{|\alpha - j\omega C_{bc}Z_e|^2} &= 4kTg'_{ne}\Delta f, \quad \overline{e'^2} = 4kTR'_{ne}\Delta f, \\ Z'_{кор} &= \frac{e'}{i'} (\alpha - j\omega C_{bc}Z_e), \end{aligned} \quad (7.58)$$

где e' полностью коррелировано с i' , а e'' не коррелировано с i' , то получим

$$F = 1 + \frac{r_b + R'_{ne}}{R_s} + \frac{r_g'_{ne}}{R_s} |Z_s + r_b + Z_e + Z'_{кор}|^2, \quad (7.59)$$

что формально эквивалентно (7.42).

Обратная связь несколько изменяет коэффициент шума, однако часто этот эффект не слишком значителен.

7.4. ВЛИЯНИЕ ВЫВОДОВ

В биполярных и полевых транзисторах, работающих в диапазоне сверхвысоких частот, необходимо учитывать индуктивности выводов. Обычно проволочный вывод может быть представлен схемой замещения (рис. 7.20). Она справедлива для каждого из трех выводов прибора и, за исключением самых высоких частот, действует как преобразователь без потерь.

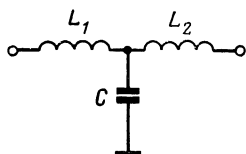


Рис. 7.20. Преобразователь без потерь, отражающий влияние индуктивности выводов в биполярных и полевых транзисторах.

Общее свойство любого преобразователя, не вносящего потерь, заключается в том, что он *не может* изменить минимальную величину коэффициента шума подсоединенного к нему активного прибора. Он лишь изменяет импеданс на входе прибора, а следовательно, и величину Z_s или Y_s , необходимую для минимизации шума. До тех пор, пока возможна настройка схемы на минимум коэффициента шума, индуктивности выводов не оказывают воздействия. Если желательно знать, как они изменяют $(Z_s)_{\text{опт}}$ или $(Y_s)_{\text{опт}}$, влияние выводов следует учесть.

На самых высоких частотах провода выводов действуют как аттенюаторы (см. рис. 7.20). В этом случае влияние выводов увеличивает коэффициент шума.

8

СМЕСИТЕЛИ [10, 108—111]

В смесителях действуют колебания трех частот: входной ω_i , выходной ω_0 и местного генератора ω_p (частота накачки). Лишь колебания с частотой ω_p являются большими; колебания двух других частот малы, поэтому к смесителям могут быть применены методы анализа малых сигналов.

Необходимо различать два случая

$$1. |\omega_i - \omega_0| = n\omega_p \quad (n=1, 2, \dots),$$

$$2. \omega_i + \omega_0 = n\omega_p \quad (n=1, 2, \dots).$$

Когда $n=1$, говорят о преобразовании на основной частоте гетеродина, а когда $n>1$, говорят о преобразовании на n -ой гармонике. Мы увидим, что в первом случае не происходит опрокидывания фазы входного сигнала в процессе преобразования, во втором случае оно происходит. Это особенно важно для работы емкостного преобразователя и параметрического усилителя.

В принципе, любой нелинейный прибор можно использовать в качестве смесителя. Предположим, что имеется прибор с нелинейной характеристикой $I(V)$, и к его входу приложено напряжение $V=V_0+\Delta V_p+\Delta V_i$, где ΔV_i — малый входной сигнал, а ΔV_p — колебание местного гетеродина большой амплитуды. Воспользуемся разложением Тейлора по ΔV_i :

$$I=I_1(V_0+\Delta V_p)+\left.\frac{dI}{dV}\right|_{\Delta V_i=0}\Delta V_i=I(V_0+\Delta V_p)+g_m(V_0+\Delta V_p)\Delta V_i, \quad (8.1)$$

поскольку членами более высокого порядка по ΔV_i можно пренебречь (малосигнальное приближение). Здесь

$$g_m(V_0+\Delta V_p)=g_m(t)=g_{m0}+2g_{m1}\cos\omega_pt+2g_{m2}\cos2\omega_pt+\dots \quad (8.2)$$

— мгновенная крутизна прибора, а

$$g_{mn}=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}g_m(t)\cos n\omega_ptd(\omega_pt) \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad (8.2a)$$

— n -й коэффициент Фурье крутизны $g_m(t)$.

Рассмотрим другой вариант, когда имеется двухполосный прибор с нелинейной характеристикой заряда $Q=f(V)$ и к его входу приложено напряжение $V=V_0+\Delta V_p+\Delta V_i$, где ΔV_i — малый входной сигнал, а ΔV_p — большая амплитуда колебаний местного гетеродина. Тогда, пользуясь разложением Тейлора по ΔV_i и удерживая только члены 1-го порядка малости по ΔV_i , получим

$$Q=Q(V_0+\Delta V_p)+\left.\frac{dQ}{dV}\right|_{\Delta V_i=0}\Delta V_i=Q(V_0+\Delta V_p)+C(V_0+\Delta V_p)\Delta V_i, \quad (8.3)$$

поскольку членами более высокого порядка малости по ΔV_i можно пренебречь (малосигнальная аппроксимация)

ция). Здесь

$$C(V_0 + \Delta V_p) = C(t) = C_0 + 2C_1 \cos \omega_p t + 2C_2 \cos 2\omega_p t + \dots \quad (8.4)$$

— мгновенная малосигнальная емкость данного прибора,

$$C_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} C(t) \cos n\omega_p t d(\omega_p t) \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad (8.4a)$$

— n -й коэффициент Фурье от $C(t)$.

Мы увидим, что коэффициенты Фурье от $g_m(t)$ и $C(t)$ играют важную роль в анализе характеристик преобразования сигнала и шумовых характеристик этих приборов.

8.1. ШУМ В СМЕСИТЕЛЯХ С НЕЛИНЕЙНОЙ ПРОВОДИМОСТЬЮ ИЛИ КРУТИЗНОЙ

А. Шум в диодных смесителях

Первым каскадом в приемнике СВЧ часто является смеситель, в котором обычно используются точечные смесительные диоды или диоды с барьером Шоттки, имеющие превосходные частотные свойства, малую мощность потерь и подходящие шумовые характеристики. Для понимания шумовых характеристик необходимо сначала достаточно подробно обсудить работу этого прибора. Мгновенная проводимость смесительного диода $g(t)$ как функция $\omega_p t$ показана на рис. 8.1,а, а схема смесителя на рис. 8.1,б.

$$g(t) = g_0 + 2g_1 \cos \omega_p t + 2g_2 \cos 2\omega_p t + \dots \quad (8.5)$$

Если на вход смесителя подан малый сигнал $v_{i0} \cos(\omega_i t + \varphi_i)$, а выход замкнут накоротко, то ток диода содержит значительное слагаемое

$$\begin{aligned} g(t) v_{i0} \cos(\omega_i t + \varphi_i) &= g_0 v_{i0} \cos(\omega_i t + \varphi_i) + \\ &+ 2g_1 v_{i0} \cos(\omega_i t + \varphi_i) \cos \omega_p t + \dots = \\ &= g_0 v_{i0} \cos(\omega_i t + \varphi_i) + g_1 v_{i0} \cos[(\omega_i + \omega_p)t + \varphi_i] + \\ &+ g_1 v_{i0} \cos[(\omega_i - \omega_p)t + \varphi_i] \end{aligned} \quad (8.6)$$

плюс члены, возникающие из-за преобразования на высших гармониках. Таким образом мы видим, что при

$(\omega_i + \omega_p) = \omega_o$ (второй член) и при $(\omega_i - \omega_p) = \omega_o$ (третий член) нет опрокидывания фазы преобразованного сигнала (случай 1), а при $\omega_i - \omega_p = -\omega_o$ (случай 2) она опрокидывается.

Из данных выкладок видно, что смеситель можно представить входной проводимостью g_0 для входного сигнала и *переходной проводимостью* или *проводимостью преобразования* g_1 для сигнала, преобразованного на ос-

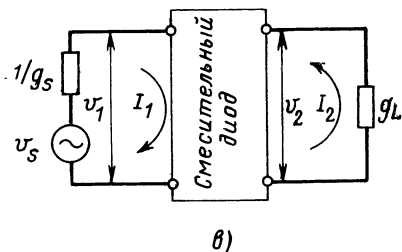
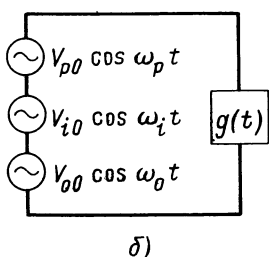
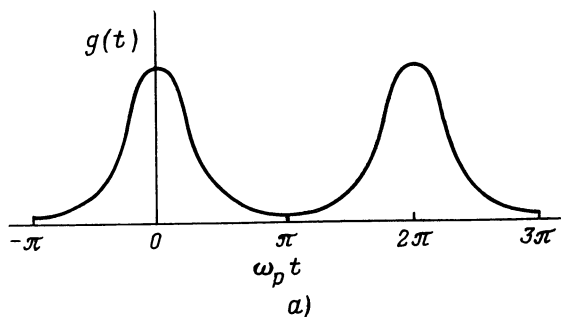


Рис. 8.1. К объяснению принципа работы смесителя на диоде: а — зависимость проводимости диода $g(t)$ в смесительной схеме от $\omega_p t$, где ω_p — частота местного гетеродина; б — подключение источников напряжений местного гетеродина, входного и выходного сигналов к смесительному диоду; в — смесительный диод, рассматриваемый как четырехполюсник [111].

новной частоте. Таким же образом приходим к следующему результату: если сигнал $V_{o0} \cos(\omega_o t + \varphi_0)$ приложен к выходу, а вход замкнут накоротко, то смесительный диод имеет выходную проводимость g_0 и проводимость обратного преобразования g_1 для преобразования на основной частоте; далее показывается, что опрокидывания фазы нет в случае 1 и есть в случае 2.

Рассмотрим теперь диодный смеситель как четырехполюсник, имеющий входной сигнал с частотой ω_i и вы-

ходной с частотой ω_0 . Поскольку в обычной комплексной форме символы токов и напряжений относятся только к амплитудам и фазам сигналов, уравнения смесительной схемы (рис. 8.1, в) для случая 1 можно записать в комплексной форме:

$$i_1 = g_0 v_1 - g_1 v_2, \quad i_2 = -g_1 v_1 + g_0 v_2. \quad (8.7)$$

Подключая ко входу смесителя источник сигнала с э. д. с. v_s и внутренним сопротивлением $1/g_s$, а к выходу — проводимость нагрузки g_L , имеем

$$i_1 = (v_s - v_1) g_s, \quad i_2 = -v_2 g_L. \quad (8.8)$$

Подстановка (8.8) в (8.7) и решение относительно v_2 дает

$$v_2 = v_s g_s g_1 / [(g_0 + g_s)(g_0 + g_L) - g_1^2]. \quad (8.9)$$

Мощность, передаваемая в нагрузку, равна $(1/2) |v_2|^2 g_L$, а мощность, которую можно получить от источника, равна $(1/8) |v_s|^2 g_s$, так что коэффициент усиления по мощности G определяется соотношением

$$G = \frac{\text{мощность, отдаваемая в нагрузку}}{\text{мощность, которую можно получить от источника}} = \\ = 4 \left| \frac{v_2}{v_s} \right|^2 \frac{g_L}{g_s} = \frac{4 g_s g_L g_1^2}{[(g_0 + g_s)(g_0 + g_L) - g_1^2]^2}. \quad (8.10)$$

Это выражение имеет максимальное значение $G_{\text{макс}}$, если g_s и g_L выбраны так, что смеситель согласован по входу и выходу с источником и нагрузкой. Так получается, если

$$g_s = g_L = g_0 (1 - \beta)^{1/2}, \quad (8.11)$$

где $\beta = g_1^2 / g_0^2$, а значение G равно

$$G = G_{\text{макс}} = \beta / [1 + (1 - \beta)^{1/2}]^2. \quad (8.12)$$

Если отношение (g_1/g_0) мало, это выражение сводится к

$$G_{\text{макс}} = (1/4) (g_1/g_0)^2, \quad (8.12a)$$

а если $g_1/g_0 \rightarrow 1$, то $G_{\text{макс}} \rightarrow 1$. Из выражений

$$g_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} g(t) d(\omega_p t), \quad g_1 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} g(t) \cos \omega_p t d(\omega_p t) \quad (8.13)$$

следует, что $g_1 < g_0$. Однако, если ток протекает очень короткими импульсами, g_1/g_0 может быть весьма близким к единице.

Таким образом, в диодном смесительном каскаде происходят потери мощности сигнала, но он имеет то большое достоинство, что преобразует высокочастотный (ВЧ) сигнал в сигнал промежуточной частоты (ПЧ), который гораздо легче усилить, если $\omega_0 \ll \omega_i$. В хорошем диодном смесителе потери в мощности составляют около 6 дб.

Обратимся теперь к шумам этой схемы. Чтобы упростить расчет, произведем короткое замыкание на выходе. Диод дает шум на частотах ω_0 и ω_i . Последний создает падение шумового напряжения на входной цепи, что вызывает шумовой ток в короткозамкнутой выходной цепи, который коррелирован с первичным шумом ПЧ на частоте ω_0 , и частично компенсирует его. Рассчитаем теперь это интересное взаимодействие.

Пусть малый импульс тока возникает в диоде при $t = \tau$. Выполняя преобразование Фурье, получим высокочастотную компоненту $a \cos \omega_i(t - \tau)$ и компоненту ПЧ $a \cos \omega_0(t - \tau)$. Если вход замкнуть накоротко, последняя представит полный шумовой ток ПЧ. Если вход не замыкать накоротко, то падение напряжения ВЧ на входе приведет к дополнительному шумовому току ПЧ

$$\begin{aligned} & - \frac{g_1}{g_0 + g_s} a \cos [\omega_0(t - \tau) - \omega_p \tau] = \\ & = - F_c a \cos [\omega_0(t - \tau) - \omega_p \tau], \end{aligned} \quad (8.14)$$

который полностью коррелирован с первичным шумовым током ПЧ $a \cos \omega_0(t - \tau)$. После сложения получаем следующее выражение для квадрата амплитуды

$$a^2 (1 - 2F_c \cos \omega_p \tau + F_c^2) \quad (8.15)$$

вместо a^2 , где $F_c = g_1/(g_0 + g_s)$.

Определим теперь квадраты амплитуд, усредненные по ансамблю одинаковых систем в момент τ . Если

$$\overline{i_a^2} = n \cdot 4kTg\Delta f \quad (8.16)$$

в обычном диоде, то для смесительного диода в момент τ можно ожидать

$$\overline{i_a^2} = n \cdot 4kTg(\tau)\Delta f(1 - 2F_c \cos \omega_p \tau + F_c^2). \quad (8.17)$$

В теореме, доказанной в приложении П. 3, утверждается, что истинный выходной шум ПЧ находится путем усреднения за полный период колебания местного гетеродина. В результате

$$\begin{aligned} \langle \overline{i_a^2} \rangle_{\text{ср}} &= n \cdot 4kT\Delta f \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} g(\tau)[1 - 2F_c \cos \omega_p \tau + \\ &+ F_c^2] d(\omega_p \tau) = n \cdot 4kTg_0\Delta f \left(1 - 2F_c \frac{g_1}{g_0} + F_c^2\right) = \\ &= 4kTR_{nm}\Delta f g_1^2, \end{aligned} \quad (8.18)$$

так что эквивалентное шумовое сопротивление смесителя R_{nm} можно представить в виде

$$R_{nm} = n \frac{g_0}{g_1^2} \left[1 + \frac{g_1^2}{(g_0 + g_s)^2} - 2 \frac{g_1^2}{g_0(g_0 + g_s)} \right]. \quad (8.18a)$$

Таким образом, эквивалентная схема смесителя принимает вид, показанный на рис. 8.2, откуда следует, что

$$\overline{v_1^2} = \frac{4kTg_s\Delta f}{(g_0 + g_s)^2} + 4kTR_{nm}\Delta f, \quad (8.19)$$

тогда коэффициент шума F можно записать в виде

$$F = 1 + \frac{ng_0}{g_s g_1^2} \left[(g_s + g_0)^2 + g_1^2 - 2 \frac{g_1^2}{g_0} (g_s + g_0) \right]. \quad (8.19a)$$

Рассматриваемый как функция g_s коэффициент шума F имеет минимальное значение

$$\begin{aligned} F_{\text{мин}} &= 1 + 2n \frac{(1 - \beta)^{1/2} [1 + (1 - \beta)^{1/2}]}{\beta} = \\ &= 1 + n \left(\frac{1}{G_{\text{макс}}} - 1 \right) \end{aligned} \quad (8.20)$$

при $g_s = g_0(1 - \beta)^{1/2}$, где $\beta = g_1^2/g_0^2$. Мы видим, таким образом, что связь, необходимая для минимизации коэффициента шума, совпадает со связью, дающей максимум усиления по мощности.

После смесителя стоит усилитель ПЧ. Если источник согласован со смесителем, как этого требует равенство (8.20), выходная проводимость смесителя равна $g_0(1-\beta)^{1/2}$. Подбирая связь между смесителем и усилителем ПЧ так, чтобы последний имел минимальный коэффициент шума F_2 , получим общий коэффициент шума

$$F = F_{\min} + \frac{F_2 - 1}{G_{\max}} = 1 + \frac{n(1 - G_{\max}) + (F_2 - 1)}{G_{\max}}. \quad (8.21)$$

Для обеспечения хороших шумовых характеристик СВЧ приемника необходимо поддерживать $F_2 - 1$ малым, делать n как можно меньше и G_{\max} — как можно больше.

Коэффициент шума F является функцией как n , так и G_{\max} . Заметим, что

$$\frac{\partial F}{\partial n} = -1 + \frac{1}{G_{\max}}, \quad \frac{\partial F}{\partial G_{\max}} = -\frac{n + F_2 - 1}{G_{\max}^2}. \quad (8.21a)$$

Так как $n > 0$, а $G_{\max} < 1$, для заданного G_{\max} величина F увеличивается с возрастанием n ; а для заданного n — убывает с возрастанием G_{\max} . Минимальное значение F ,

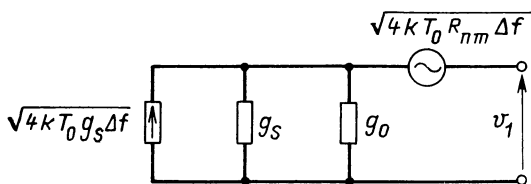


Рис. 8.2. Эквивалентная схема диодного смесителя, $T = T_0$.

таким образом, получается при $n = 0$, $G_{\max} = 1$, причем в этом случае $F = F_2$. Другими словами, для идеального диодного смесителя коэффициент шума F приближается к коэффициенту шума F_2 усилителя ПЧ. Конечно, этот идеальный результат никогда не достигается полностью, но он указывает, по какому пути следует идти для уменьшения F .

В точно-контактных диодах n немного больше единицы. Здесь шум обусловлен главным образом тепловым шумом сопротивления контактов, и под влиянием омического разогрева этого контакта его шумовая температура несколько выше комнатной, или $n > 1$. В диодах с барьером Шоттки шум определяется равенством (6.3а), и это соответствует $n \simeq 1/2$. Таким образом, видно, что диоды

с барьером Шоттки несколько лучше точечно-контактных диодов в отношении коэффициента шума. По этой причине диоды с барьером Шоттки постепенно вытесняют последние.

Приемники доплеровских РЛС обычно начинаются со смесителя, и [иногда (*прим. ред.*)] используется нулевая промежуточная частота. Тогда желательно избежать попадания частот биений в шумовой фон приемника. По этой причине необходимо требовать, чтобы смесительный диод имел очень низкий уровень фликкер-шума. Хотя точечные диоды были значительно улучшены в части, связанной с шумом типа $1/f$, представляется, что хорошо сконструированные диоды с барьером Шоттки в этом отношении предпочтительнее.

Б. Влияние зеркального канала

Если диодный смеситель осуществляет преобразование на основной частоте и $\omega_p \gg \omega_o$, может случиться, что входная цепь будет иметь заметное сопротивление, как на частоте $\omega_p + \omega_o$, так и на $\omega_p - \omega_o$. Предположим, что $\omega_i = \omega_p - \omega_o$ — частота полезного сигнала, а $\omega'_i = \omega_p + \omega_o$ — частота зеркального сигнала. Частота сигнала ω_i в этом случае может взаимодействовать с частотой $2\omega_p$ (преобразование на второй гармонике) и привести к появлению частоты $2\omega_p - \omega_i = \omega_p + \omega_o = \omega'_i$ и наоборот. Таким образом из-за двойного преобразования сначала ω_i в ω'_i , а затем обратно — ω'_i в ω_i получается обратная связь, если входная цепь имеет заметное сопротивление на частоте ω'_i . Кроме этого, короткие импульсы диодного тока дают входной шум на частотах ω_i и ω'_i и тогда обратное преобразование приводит к вторичному шуму ПЧ на частоте ω_o , коррелированному с первичным шумом ПЧ, который непосредственно вызывается импульсами тока. Таким образом, не удивительно, что коэффициент шума может быть улучшен соответствующим подбором импеданса входной цепи на зеркальной частоте ω'_i .

Если принимать в расчет эти процессы преобразования, то необходимо ввести три сигнала: один на частоте $\omega_i = \omega_p - \omega_o$, другой на частоте ω_o и третий на частоте $\omega'_i = \omega_p + \omega_o$. Пусть комплексные амплитуды этих сигналов обозначены v_1 , v_2 и v_3 , а соответствующие токи — i_1 ,

i_2 и i_3 ; тогда уравнения (8.7) должны быть заменены следующими:

$$\begin{aligned} i_1 &= g_0 v_1 + g_1 v^*_2 + g_2 v^*_3, \\ i_2 &= g_1 v^*_1 + g_0 v_2 - g_1 v_3, \\ i_3 &= g_2 v^*_1 - g_1 v_2 + g_0 v_3, \end{aligned} \quad (8.22)$$

где звездочкой отмечены комплексно-сопряженные величины. Поэтому, если $v_3 = v_{30} \exp(j\varphi_3)$, то $v^*_3 = v_{30} \exp(-j\varphi_3)$. Этим учитывается опрокидывание фазы. Два слагаемых с g_2 имеют знак плюс, поскольку основной и зеркальный сигналы находятся на одной стороне четырехполосника, описывающего смеситель.

Рассчитаем теперь влияние реакции входной цепи на зеркальной частоте для случая, когда входная цепь имеет настолько широкую полосу, что входные импедансы на частотах ω_i и ω'_i равны. Сделаем это в несколько этапов.

1. Пусть шум вызывает в момент τ малый импульс напряжения на входе. Выполняя преобразование Фурье, получим компоненту основной частоты $a \cos \omega_i(t-\tau)$ и зеркальную компоненту $a \cos \omega'_i(t-\tau)$. После преобразования получим выходной шумовой ток ПЧ

$$\begin{aligned} ag_1 \{ \cos[\omega_o(t-\tau) - \omega_p \tau] + \cos[\omega_o(t-\tau) + \omega_p \tau] \} = \\ = 2ag_1 \cos \omega_o(t-\tau) \cos \omega_p \tau. \end{aligned} \quad (8.23)$$

Амплитуда выходного тока тогда равна $2ag_1 \cos \omega_p \tau$, в то время как при отсутствии реакции входной цепи на зеркальной частоте ω'_i она была равной ag_1 . После усреднения по ансамблю и за полный период колебания местного гетеродина получается среднеквадратичное значение $2\overline{a^2}g_1$ вместо $\overline{a^2}g_1$. Таким образом, *шумовые мощности в полосах, расположенных в окрестностях основной и зеркальной частот, складываются*. Мы увидим, однако, что усреднение шума прибора должно быть выполнено более тщательно.

2. Если бы не было взаимодействия между реакциями на входной и зеркальной частотах, источник тока, включенный параллельно входу i_s , вызвал бы на входе напряжение $i_s/(g_0 + g_s)$. Вместо этого из-за взаимодействия получаем

$$i_1 = i_s - g_s v_1 = g_0 v_1 + g_2 v_3, \quad i_3 = -g_s v_3 = g_2 v_1 + g_0 v_3, \quad (8.24)$$

где g_s — проводимость источника сигнала. Мы можем пренебречь здесь знаком комплексного сопряжения, поскольку отсутствуют фазовые углы, которые следовало бы принимать в расчет. Решение относительно v_1 дает соотношение

$$i_s = v_1 [g_0 + g_s - g_2^2 / (g_0 + g_s)], \quad (8.24a)$$

так что источник тока нагружен на полную проводимость

$$g_t = g_0 + g_s - g_2^2 / (g_0 + g_s) \quad (8.25)$$

вместо $g_0 + g_s$.

3. Обратимся теперь к влиянию шума прибора. Если бы отсутствовала реакция входной цепи на зеркальной частоте, шумовое сопротивление смесителя определялось бы выражением (8.18a). Если влияние зеркальной частоты принять в расчет, то малая флуктуация тока в момент τ вызывает реакции $a \cos \omega_o(t - \tau)$ на выходной частоте, $a \cos \omega_i(t - \tau)$ на входной частоте и $a \cos \omega'_i(t - \tau)$ на зеркальной частоте. Последние две вызывают напряжения $-(a/g_t) \cos \omega_i(t - \tau)$ на входной частоте и $-(a/g_t) \cos \omega'_i(t - \tau)$ на зеркальной; следовательно, в результате преобразования появляются выходные токи

$$-a(g_1/g_t) \cos [\omega_o(t - \tau) - \omega_p \tau]$$

и

$$-a(g_1/g_t) \cos [\omega_o(t - \tau) + \omega_p \tau],$$

так что полный выходной шум, вызванный прибором, равняется

$$a \cos \omega_o(t - \tau) [1 - 2(g_1/g_t) \cos \omega_p \tau]. \quad (8.26)$$

По аналогии с (8.17), шум смесительного диода в момент τ равен

$$\overline{i_a^2} = n \cdot 4kTg(\tau) \Delta f \left(1 - 2 \frac{g_1}{g_t} \cos \omega_p \tau\right)^2. \quad (8.26a)$$

После усреднения за полный период получается

$$\langle \overline{i_a^2} \rangle_{cp} = n \cdot 4kTg_0 \Delta f \left[1 + 2 \frac{g_1^2}{g_t^2} \left(1 + \frac{g_2}{g_0}\right) - 4 \frac{g_1^2}{g_0 g_t} \right]. \quad (8.26b)$$

Приравнивая это значение к $4kTR'_{nm}\Delta f g_1^2$, получаем для шумового сопротивления R'_{nm} диодного смесителя с учетом реакции на зеркальной частоте

$$R'_{nm} = n \frac{g_0}{g_1^2} \left[1 + 2 \frac{g_1^2}{g_t^2} \left(1 + \frac{g_2}{g_0} \right) - 4 \frac{g_1^2}{g_0 g_t} \right], \quad (8.26b)$$

что меньше шумового сопротивления R_{nm} , определяемого (8.18a).

4. Рассчитаем теперь коэффициент шума. Среднеквадратичное значение полного выходного шума

$$\overline{i_{\text{вых}}^2} = (8kTg_s\Delta f/g_t^2) g_1^2 + 4kTR'_{nm}\Delta f g_1^2. \quad (8.27)$$

Если коэффициент шума измеряется путем подключения источника сигнала входной частоты ω_i параллельно входу и удвоения выходной мощности, то коэффициент шума равен

$$F_1 = 2 + R'_{nm}g_t^2/g_s. \quad (8.28)$$

Его можно оптимизировать и сравнить с (8.20). Так как $R'_{nm} < R_{nm}$, действие зеркального канала оказывается благоприятным. Если же коэффициент шума определяется путем подключения шумового диода или другого источника шума параллельно входу и удвоения выходной мощности, то (поскольку шумовой диод дает шум как на основной так и на зеркальной частотах) коэффициент шума оказывается равным

$$F'_1 = 1 + \frac{R'_{nm}g_t^2}{2g_s} = \frac{1}{2} F_1. \quad (8.28a)$$

Таким образом, коэффициент шума зависит от способа его измерения. Мы предпочитаем использовать F_1 , а не F'_1 , так как в этом случае справедлива формула Фрииса. Результирующий коэффициент шума смесителя и усилителя ПЧ с коэффициентом шума F_2 равен

$$F = F_1 + (F_2 - 1)/G_{\text{ном}}, \quad (8.29)$$

где $G_{\text{ном}}$ — номинальный коэффициент усиления по мощности смесительного каскада при заданных условиях работы.

Улучшение коэффициента шума происходит из-за того, что реакция входной цепи на зеркальной частоте уменьшает шум прибора. Увеличивая падение напряжения зеркальной частоты во входной цепи, можно было бы добиться дальнейшего уменьшения шума. Максимально достижимым здесь является бесконечно большое сопротивление на зеркальной частоте. Тогда вместо (8.24) имеем

$$i_1 = i_s - g_s v_1 = g_0 v_1 + g_2 v_3, \quad i_3 = g_2 v_1 + g_0 v_3 = 0, \quad (8.30)$$

так что полная входная проводимость на частоте ω_i

$$g'_t = g_0 + g_s - (g_2^2 / g_0). \quad (8.31)$$

Таким же образом получается, что полная входная проводимость на зеркальной частоте равна

$$g''_t = g_0 - g_2^2 / (g_0 + g_s). \quad (8.32)$$

Дальнейший расчет теперь можно вести так же как и прежде; разница лишь в том, что выкладки становятся более громоздкими. Однако должно быть совершенно ясно, что коэффициент шума должен снова стать меньше, чем в предыдущем случае.

В. Шум в смесителях на полевых транзисторах

В усилителях на ПТ шум затвора и шум стока весьма слабо коррелированы. Следовательно, в случае смесителя на ПТ не будет сделано большой ошибки, если корреляцией между шумами затвора и стока пренебречь вообще. Эквивалентная схема смесителя легко получается из ВЧ эквивалентной схемы путем применения методов усреднения, описанных в п. А.

Мы таким образом можем предположить, что ПТ вносит входную проводимость g_{g_0} в ВЧ входную цепь и что с этой проводимостью связан источник шумового тока $\sqrt{n_1 \cdot 4kT g_{g_0} \Delta f}$; здесь n_1 близко к единице для смесителей на ПТ с p - n переходами и может быть несколько больше единицы для смесителей на МОП ПТ. Крутизна $g_m(t)$ смесителя равна

$$g_m(t) = g_{m0} + 2g_{m1} \cos \omega_p t + \dots, \quad (8.33)$$

где g_{m0} — средняя крутизна, а g_{m1} — крутизна преобразования. Шум стока теперь можно представить источником тока $\sqrt{n_2 \cdot 4kTg_{m3}\Delta f}$, включенным параллельно выходу; здесь n_2 — множитель порядка единицы для смесителей на ПТ с p - n переходами и может быть несколько больше единицы в смесителях на МОП ПТ. Поэтому при преобразовании на основной частоте шума стока можно характеризовать эквивалентным шумовым сопротивлением смесителя R_{nm} , которое определяется соотношением

$$4kTR_{nm}\Delta f \cdot g_{m1}^2 = n_2 \cdot 4Tg_{m3}\Delta f, \text{ откуда}$$

$$R_{nm} = \frac{n_2}{g_{m0}} \left(\frac{g_{m0}}{g_{m1}} \right)^2 = R_{n0} \left(\frac{g_{m0}}{g_{m1}} \right)^2. \quad (8.34)$$

Так как $g_{m1} < g_{m0}$ и $R_{n0} = n_2/g_{m0}$ — шумовое сопротивление этого прибора, используемого в качестве ВЧ усилителя, заключаем, что смеситель на ПТ имеет более высокое шумовое сопротивление, чем соответствующий ВЧ усилитель.

Таким образом, мы имеем эквивалентную схему, изображенную на рис. 8.3. Мы здесь ввели также шум ре-

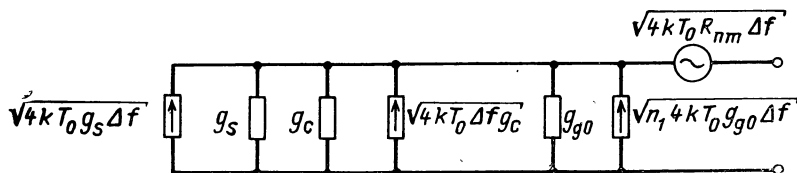


Рис. 8.3. Эквивалентная схема смесителя на полевом транзисторе, $T = T_0$.

зонансной проводимости цепи g_c , поскольку иногда его необходимо учитывать. Предполагается, что входная емкость прибора компенсируется при настройке. Тогда имеем

$$\overline{v_g^2} = \frac{4kT(g_s + g_c + n_1g_{g0})\Delta f}{(g_s + g_c + g_{g0})^2} + 4kTR_{nm}\Delta f, \quad (8.35)$$

так что коэффициент шума можно записать в виде

$$F = 1 + \frac{g_c + n_1g_{g0}}{g_s} + \frac{R_{nm}}{g_s}(g_s + g_c + g_{g0})^2. \quad (8.36)$$

Это выражение справедливо и для ВЧ усилителя, с той разницей, что шумовое сопротивление смесителя R_{nt} должно быть заменено шумовым сопротивлением R_{n0} , которое несколько меньше. Таким образом мы заключаем, что коэффициент шума смесителя несколько больше, чем коэффициент шума соответствующего усилителя ВЧ. Не представляет труда обеспечить минимальный коэффициент шума соответствующим выбором проводимости источника g_s .

Коэффициент шума можно несколько уменьшить при помощи ВЧ обратной связи с выхода на вход (подробности см. в статье Окамото и Ван дер Зила [112]).

Г. Шум в смесителях на биполярных транзисторах

Обсудим сначала смеситель на транзисторе с общим эмиттером. ВЧ эквивалентная схема транзистора показана на рис. 6.3,б; эквивалентная схема смесителя легко получается путем применения приемов осреднения, использованных в п. А. Пусть крутизна прибора $g_m(t)$ равна

$$g_m(t) = g_{m0} + 2g_{m1} \cos \omega_p t + \dots, \quad (8.37)$$

где g_{m0} — средняя крутизна, а g_{m1} — крутизна преобразования. Выходной источник шумового тока в ВЧ усилителе характеризуется величиной $\sqrt{2gI_c\Delta f} = \sqrt{2kTg_m\Delta f}$,

где g_m — низкочастотная крутизна прибора, что справедливо и для источника выходного шума смесителя при $g_m = g_{m0}$.

Входная проводимость ВЧ усилителя $Y_{be} = 1/R_{be} + j\omega C_{be}$, где $R_{be}C_{be} = 1/(2\pi f_\beta)$ практически не зависит от условий работы в широком диапазоне токов. Следовательно, входная проводимость смесителя будет состоять из сопротивления R_{be0} и емкости C_{be0} , соединенных параллельно, где $R_{be0}C_{be0} = 1/(2\pi f_\beta)$. Входной шум ВЧ усилителя может быть представлен источником тока $\sqrt{2kT\Delta f/R_{be}}$, включенным параллельно R_{be} ; следовательно, для смесителя

входной источник шумового тока характеризуется величиной¹⁾ $\sqrt{2kT\Delta f/R_{be0}}$. Поскольку в ВЧ усилителе входной и выходной шумы весьма слабо коррелированы, мы пренебрежем корреляцией в смесительной схеме вооб-

¹⁾ Это не совсем точно вблизи частоты среза транзистора.

ще. Наконец, введем эквивалентное шумовое сопротивление смесителя R_{nm} , определив его из соотношения $4kTR_{nm}\Delta f \cdot g_{m1}^2 = 2kTg_{m0}\Delta f$, откуда

$$R_{nm} = \frac{1}{2g_{m0}} \left(\frac{g_{m0}}{g_{m1}} \right)^2 = R_{n0} \left(\frac{g_{m0}}{g_{m1}} \right)^2. \quad (8.38)$$

Поскольку $R_{n0} = 1/(2g_{m0})$ — шумовое сопротивление соответствующего ВЧ усилителя и $g_{m1} < g_{m0}$, делаем вывод, что *смеситель имеет более высокое шумовое сопротивление, чем ВЧ усилитель*. Мы, таким образом, полу-

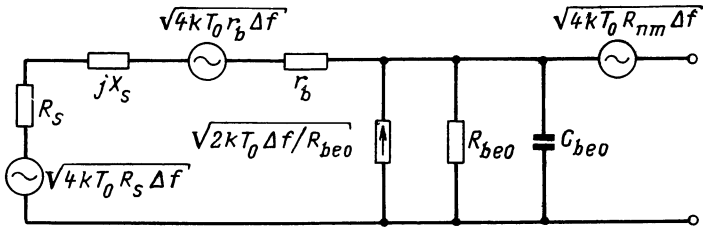


Рис. 8.4. Эквивалентная схема смесителя на биполярном транзисторе с общим эмиттером, $T = T_0$.

чили эквивалентную схему смесителя на биполярном транзисторе с общим эмиттером (рис. 8.4). Находим

$$\begin{aligned} \overline{v_1^2} &= \frac{4kTR_s\Delta f + 4kTr_b\Delta f + (2kT\Delta f/R_{be0})|Z_s + r_b|^2}{|Z_s + r_b + R_{be0}/(1 + j\omega C_{be0}R_{be0})|^2} \times \\ &\times \frac{R_{be0}^2}{1 + \omega^2 C_{be0}^2 R_{be0}^2} + 4kTR_{nm}\Delta f, \end{aligned} \quad (8.39)$$

так что коэффициент шума равен

$$\begin{aligned} F &= 1 + \frac{r_b}{R_s} + \frac{(R_s + r_b)^2 + X_s^2}{2R_{be0}R_s} + \frac{R_{nm}}{R_{be0}^2 R_s} \times \\ &\times \left[\left(R_s + r_b + \frac{R_{be0}}{1 + \omega^2 C_{be0}^2 R_{be0}^2} \right)^2 + \right. \\ &\left. + \left(X_s - \frac{\omega C_{be0} R_{be0}^2}{1 + \omega^2 C_{be0}^2 R_{be0}^2} \right)^2 \right] (1 + \omega^2 C_{be0}^2 R_{be0}^2). \end{aligned} \quad (8.40)$$

Мы должны теперь выбрать R_s и X_s такими, чтобы F достиг минимальной величины. Дифференцирование F

по X_s дает

$$\frac{2X_s}{2R_{be0}R_s} + 2 \frac{R_{nm}}{R_{be0}^2 R_s} \left(X_s - \frac{\omega C_{be0} R_{be0}^2}{1 + \omega^2 C_{be0}^2 R_{be0}^2} \right) \times \\ \times (1 + \omega^2 C_{be0}^2 R_{be0}^2) = 0$$

или

$$X_s = 2R_{nm}\omega C_{be0}R_{be0}/(1 + 2\omega^2 C_{be0}^2 R_{be0}R_{nm}), \quad (8.40a)$$

так как $2R_{nm} \ll R_{be0}$. Подстановка этого выражения в (8.40) приводит к весьма сложному выражению для коэффициента шума F_t настроенной схемы, которое теперь должно быть минимизировано путем изменения R_s . Мы сделаем это для предельных случаев, когда $\omega C_{be0}R_{be0} \ll 1$ и $\omega C_{be0}R_{be0} \gg 1$.

На основании многочисленных расчетов стало понятно, как следует минимизировать F экспериментально:

1. Сделать R_s малым и подобрать X_s так, чтобы значение F было минимальным. Это даст коэффициент шума настроенной цепи F_t .

2. Подобрать R_s так, чтобы F_t приняло наименьшее значение F_{\min} . Эта методика в основе своей несложна.

Рассчитаем сначала коэффициент шума для низких частот ($\omega C_{be0}R_{be0} \ll 1$). В этом случае можно положить X_s равным нулю. Если, кроме того, пренебречь членами порядка r_b/R_{be0} и $2R_{nm}/R_{be0}$, поскольку они малы, то получим

$$F = 1 + \frac{r_b}{R_s} + \frac{(R_s + r_b)^2}{2R_{be0}R_s} + \frac{R_{nm}}{R_{be0}^2 R_s} (R_s + r_b + R_{be0})^2 \simeq \\ \simeq 1 + \frac{r_b + R_{nm}}{R_s} + \frac{R_s}{2R_{be0}}, \quad (8.41)$$

имеющее минимальное значение

$$F_{\min} = 1 + 2\sqrt{(r_b + R_{nm})/2R_{be0}}$$

при

$$R_s = \sqrt{2R_{be0}(r_b + R_{nm})}. \quad (8.41a)$$

Рассчитаем теперь коэффициент шума на высоких частотах ($\omega C_{be0}R_{be0} \gg 1$). В этом случае X_s равно $1/(\omega C_{be0})$. Если далее предположить, что $\omega^2 C_{be0}^2 R_{be0}R_{nm} \gg 1$, то

(8.40) сведётся к

$$\begin{aligned} F &\approx 1 + \frac{r_b}{R_s} + \frac{(R_s + r_b)^2}{R_s} \omega^2 C_{be0}^2 R_{nm} = \\ &= 1 + 2\omega^2 C_{be0}^2 R_{nm} r_b + \omega^2 C_{be0}^2 R_{nm} R_s + \\ &\quad + \frac{(r_b + \omega^2 C_{be0}^2 R_{nm} r_b^2)}{R_s}, \end{aligned} \quad (8.42)$$

имеющему минимальное значение

$$\begin{aligned} F_{\min} &= 1 + 2\omega^2 C_{be0}^2 R_{nm} r_b + \\ &+ 2 \sqrt{\omega^2 C_{be0}^2 R_{nm} r_b + (\omega^2 C_{be0}^2 R_{nm} r_b)^2} \end{aligned} \quad (8.42a)$$

при

$$R_s = r_b \sqrt{(1 + \omega^2 C_{be0}^2 R_{nm} r_b) / \omega^2 C_{be0}^2 R_{nm} r_b}, \quad (8.42б)$$

так что важным параметром в этом случае является произведение $\omega^2 C_{be0}^2 R_{nm} r_b$. При $\omega^2 C_{be0}^2 R_{nm} r_b = 1$ имеем $F_{\min} \approx 6$.

Заметим, что коэффициент шума ВЧ усилителя получается из (8.40), если заменить R_{nm} эквивалентным шумовым сопротивлением R_{n0} . Поскольку $R_{nm} > R_{n0}$, можно сделать вывод, что коэффициент шума смесителя несколько больше, чем коэффициент шума ВЧ усилителя. Однако, для правильно спроектированных смесителей эта разница не слишком велика. Как видно из (8.41a), минимальный коэффициент шума на низких частотах относительно мал, поскольку мало отношение $(r_b + R_{nm})/R_{be0}$.

Приведенный выше расчет был выполнен в предположении, что входная цепь имеет пренебрежимо малое сопротивление на промежуточной частоте. Если это не так, положение будет гораздо более сложным, так как теперь придется принимать в расчет преобразование во входной цепи и последующее усиление ПЧ. Это пока еще подробно не исследовано.

Работа транзисторного смесителя на высоких частотах определяется емкостью C_{be0} . Поскольку частота среза f_α соответствует $g_{m0}/(2\pi C_{be0})$, наилучшими ВЧ смесителями являются такие, у которых наблюдаются самые высокие значения частот среза по α .

Коэффициент шума смесителя на транзисторе с общей базой оказывается более сложным, так как здесь необходимо принимать в расчет то, что входной и выходной шумы коррелированы. Следовательно, необходимо рассматривать влияние обратной связи так же, как это сделано для диодного смесителя (решение этой задачи см. в статье Ван дер Зила и Окамото [113]). Оказывается, что коэффициент шума транзисторного смесителя с общим эмиттером значительно лучше, чем у смесителя с общей базой, так что последний не рекомендуется использовать.

Улучшение коэффициента шума может быть достигнуто при помощи ВЧ обратной связи с выхода на вход. На пределе устойчивости F_{\min} тогда достигает коэффициента шума соответствующего ВЧ усилителя [113]. Часто, однако, не хотят такого усложнения схемы, и тогда транзисторный смеситель с общим эмиттером является более простым решением.

8.2. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ НА НЕЛИНЕЙНОЙ ЕМКОСТИ

Мы видели во вводной части этой главы, что в случае емкостного преобразования зависящая от времени емкость $C(t)$ может быть записана в виде

$$C(t) = C_0 + 2C_1 \cos \omega_p t + 2C_2 \cos 2\omega_p t \dots \quad (8.43)$$

Если малый входной сигнал $v_{i0} \cos(\omega_i t + \varphi_i)$ приложен к смесительной цепи, а выход замкнут накоротко, то заряд на емкости содержит следующие существенные слагаемые

$$q(t) = C(t) v_{i0} \cos(\omega_i t + \varphi_i) = C_0 v_{i0} \cos(\omega_i t + \varphi_i) + \\ + C_1 v_{i0} \{ \cos[(\omega_p + \omega_i)t + \varphi_i] + \cos[(\omega_p - \omega_i)t - \varphi_i] \} \quad (8.44)$$

плюс слагаемые, связанные с преобразованием на высших гармониках. Следовательно, ток $i(t) = dq/dt$ равен

$$i(t) = -\omega_i C_0 v_{i0} \sin(\omega_i t + \varphi_i) - \\ - (\omega_p + \omega_i) C_1 v_{i0} \sin[(\omega_p + \omega_i)t + \varphi_i] - \\ - (\omega_p - \omega_i) C_1 v_{i0} \sin[(\omega_p - \omega_i)t - \varphi_i]. \quad (8.44a)$$

Таким образом, этот нелинейный прибор характеризуется емкостью C_0 для входного сигнала, а преобразование сигнала с частотой ω_i в сигналы с частотами $(\omega_p + \omega_i)$ и $|\omega_p - \omega_i|$ связано с емкостью преобразования C_1 . Кроме того, легко видеть, что в случае 2 происходит

опрокидывание фазы, в то время как в случае 1 никакого опрокидывания фазы нет¹⁾. Аналогично, если малый сигнал $v_{00} \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ приложен к выходу, а вход замкнут накоротко, то прибор характеризуется емкостью C_0 для выходного сигнала, преобразование сигнала с выхода на вход связано с емкостью C_1 , а ситуация с опрокидыванием фазы такая же, как в предыдущем случае.

Таким образом в комплексной форме для случая 1, когда $|\omega_0 - \omega_i| = \omega_p$, можем записать

$$\begin{aligned} i_i &= j\omega_i C_0 v_i - j\omega_i C_1 v_o, \quad i_o = \\ &= -j\omega_o C_1 v_i + j\omega_o C_0 v_o, \end{aligned} \quad (8.45)$$

в то время как для случая 2, когда $(\omega_0 + \omega_i) = \omega_p$,

$$\begin{aligned} i_i &= j\omega_i C_0 v_i - j\omega_i C_1 v_o^*, \\ i_o &= -j\omega_o C_1 v_i^* + j\omega_o C_0 v_o, \end{aligned} \quad (8.45a)$$

где комплексно-сопряженные величины v_o^* и v_i^* введены для учета опрокидывания фазы в процессе преобразования. Комплексные обозначения можно опять использовать потому, что комплексный сигнал определяется только амплитудой и фазой колебания, а в каждом равенстве (8.45) и (8.45a) все комплексные сигналы соответствуют колебаниям одной и той же частоты.

А. Преобразователь с повышением частоты и параметрический усилитель

Применим теперь эти результаты к схеме на рис. 8.5. Здесь входная цепь вместе с емкостью C_0 настроена на входную частоту ω_i , а выходная цепь вместе с емкостью

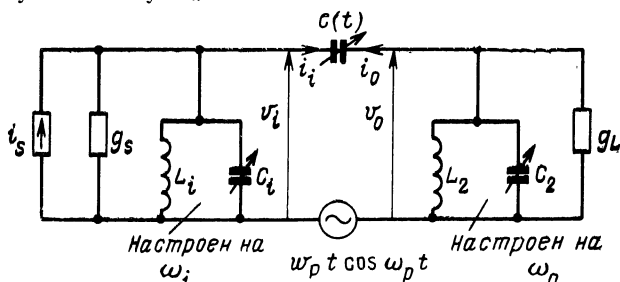


Рис. 8.5. Емкостный смеситель с резонансными контурами на входе и выходе [110].

¹⁾ Определение случаев 1 и 2 см. в начале этой главы.

C_0 настроена на выходную частоту ω_0 . В соответствии с рис. 8.5

$$i_i = i_s - v_i \left(g_s + \frac{1}{j\omega_i L_i} + j\omega_i C_i \right), \quad (8.46)$$

$$i_o = -v_o \left(g_L + \frac{1}{j\omega_o L_2} + j\omega_o C_2 \right).$$

Для случая 1 из (8.45) получим

$$\begin{aligned} i_s &= \left(g_s + \frac{1}{j\omega_i L_i} + j\omega_i C_i + j\omega_i C_0 \right) v_i - j\omega_i C_1 v_o = \\ &= g_s v_i - j\omega_i C_1 v_o, \\ 0 &= -j\omega_o C_1 v_i + \left(g_o + \frac{1}{j\omega_o L_2} + j\omega_o C_2 + j\omega_o C_0 \right) v_o = \\ &= -j\omega_o C_1 v_i + g_L v_o. \end{aligned} \quad (8.47)$$

Здесь использованы условия настройки

$$\omega_o^2 L_2 (C_2 + C_0) = \omega_i^2 L_i (C_i + C_0) = 1.$$

Решение (8.47) относительно v_o дает

$$v_o = j\omega_o C_1 i_s / (g_s g_L + \omega_o \omega_i C_1^2), \quad (8.48)$$

так что коэффициент усиления по мощности равен

$$\begin{aligned} G &= 4g_s g_L |v_o / i_s|^2 = \\ &= 4g_s g_L \omega_o^2 C_1^2 / (g_s g_L + \omega_o \omega_i C_1^2)^2 \end{aligned}$$

и принимает наибольшее значение

$$G_{\text{макс}} = \omega_o / \omega_i \text{ при } g_s g_L = \omega_o \omega_i C_1^2. \quad (8.49)$$

Таким образом, при $\omega_o > \omega_i$ (преобразователь с повышением частоты) эта схема дает усиление по мощности, а при $\omega_o < \omega_i$ (преобразователь с понижением) — мощность ослабляется. Поэтому преобразователь с понижением не очень полезен.

Исключение v_o из (8.47) дает

$$i_s = \left(g_s + \frac{\omega_o \omega_i C_1^2}{g_L} \right) v_i, \quad (8.50)$$

так что эта схема вносит проводимость $\omega_o \omega_i C_1^2 / g_L$, параллельную g_s .

Рассмотрим далее случай, когда $\omega_o + \omega_i = \omega_p$. При этом вместо (8.47) получим

$$\begin{aligned} i_s &= g_s v_i - j\omega_i C_1 v_o^*, \\ 0 &= -j\omega_o C_1 v_i^* + g_L v_o. \end{aligned} \quad (8.51)$$

Исключим отсюда v_o , тогда

$$i_s = (g_s - \omega_o \omega_i C_1^2 / g_L) v_i, \quad (8.52)$$

так что схема вносит проводимость $(-\omega_o \omega_i C_1^2 / g_L)$, параллельную g_s .

Решение относительно v_o дает

$$v_o = \frac{j\omega_o C_1}{g_s g_L - \omega_o \omega_i C_1^2} i_s^*, \quad (8.53)$$

так что коэффициент усиления по мощности имеет вид

$$G = 4g_s g_L \left| \frac{v_o}{i_s} \right|^2 = 4g_s g_L \omega_o^2 C_1^2 / (g_s g_L - \omega_o \omega_i C_1^2)^2 \quad (8.54)$$

и стремится к бесконечности при $g_s g_L \rightarrow \omega_o \omega_i C_1^2$; это соответствует нулевому значению входной проводимости. Если $g_s g_L < \omega_o \omega_i C_1^2$, возникают колебания: в этом случае одновременно генерируются частоты ω_i и ω_o . Такие устройства называются *параметрическими генераторами* или *параметронами*.

То, что смесительная схема на рис. 8.5 вносит отрицательное сопротивление в входную цепь, используется в *параметрическом усилителе*. Он состоит из смесителя, содержащего «холостой» контур с резонансной проводимостью g_2 , настроенный на частоту $\omega_2 = \omega_p - \omega_i$, так что это смесительное устройство представляет собой отрицательную проводимость $\omega_2 \omega_i C_1^2 / g_2$ для входной цепи (рис. 8.6). Индуктивность L_i используется для настройки в резонанс со входной емкостью C_0 контура смесителя ($\omega_i^2 L_i C_0 = 1$).

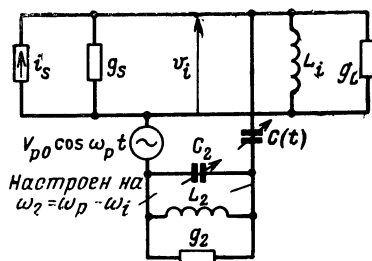


Рис. 8.6. Параметрический усилитель с настроенными входным и холостым контурами [110].

Чтобы показать, что это устройство дает усиление по мощности, заметим, что

$$v_i = i_s / [(g_s - \omega_2 \omega_i C_1^2 / g_2) + g_L]. \quad (8.55)$$

Так как $P_{\text{расп}} = |i_s|^2 / 8g_s$ — располагаемая мощность источника и $P_{\text{вых}} = 0,5 |v_i|^2 g_L$ — мощность, передаваемая в проводимость нагрузки g_L , то коэффициент усиления по мощности равен

$$G = \frac{P_{\text{вых}}}{P_{\text{расп}}} = 4g_s g_L \left| \frac{v_i}{i_s} \right|^2 = \frac{4g_s g_L}{[(g_s - \omega_2 \omega_i C_1^2 / g_2) + g_L]^2}. \quad (8.56)$$

При $g_s > \omega_2 \omega_i C_1^2 / g_2$ наибольшее усиление по мощности получается, если $g_L = g_s - \omega_2 \omega_i C_1^2 / g_2$, и номинальный коэффициент усиления по мощности схемы в этом случае равен

$$G_{\text{ном}} = \frac{g_s}{g_s - \omega_2 \omega_i C_1^2 / g_2}. \quad (8.56a)$$

Номинальное усиление бесконечно возрастает при приближении g_s к $\omega_2 \omega_i C_1^2 / g_2$. При $g_s < \omega_2 \omega_i C_1^2 / g_2$ усиление по мощности стремится к бесконечности, если $g_s + g_L = \omega_2 \omega_i C_1^2 / g_2$, а при $g_s + g_L < \omega_2 \omega_i C_1^2 / g_2$ возникают колебания. Поэтому такого положения следует избегать.

Б. Шумовые характеристики преобразователя с повышением частоты и параметрического усилителя

Рассчитаем коэффициент шума с помощью эквивалентной шумовой схемы смесителя (рис. 8.7), где g_s —

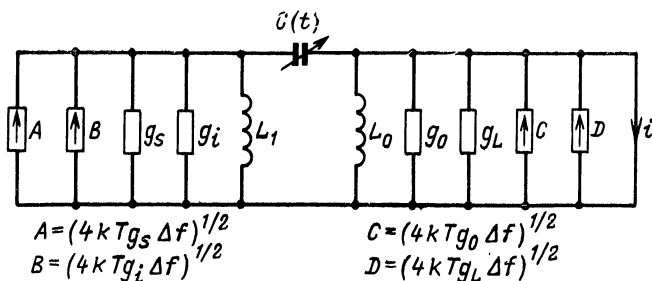


Рис. 8.7. Эквивалентная схема смесителя на нелинейном реактивном элементе [111].

проводимость источника, g_i — проводимость потерь входной цепи, g_o — проводимость потерь выходной цепи и g_L — проводимость нагрузки. Индуктивности L_i и L_o выбраны так, что входная и выходная цепи настроены в резонанс. Как обычно, шум g_L относим к следующему каскаду. Рассмотрим режим короткого замыкания на выходе этой схемы. Шумовой ток i в короткозамкнутой выходной цепи состоит из трех компонент: 1 — преобразованный шум g_s , 2 — преобразованный шум g_i и 3 — шум g_o . Средний квадрат его значения есть

$$\overline{i^2} = \frac{4kTg_s\Delta f}{(g_s + g_i)^2} \omega_0^2 C_1^2 + \frac{4kTg_i\Delta f}{(g_s + g_i)^2} \omega_0^2 C_1^2 + 4kTg_o\Delta f. \quad (8.57)$$

После деления (8.57) на первое слагаемое, получим коэффициент шума

$$F = 1 + \frac{g_i}{g_s} + \frac{g_o}{g_s} \frac{(g_s + g_i)^2}{\omega_0^2 C_1^2}, \quad (8.58)$$

минимальное значение которого

$$F_{\min} = 1 + 2 \frac{g_o g_i}{\omega_0^2 C_1^2} + 2 \sqrt{\frac{g_o g_i}{\omega_0^2 C_1^2} + \left(\frac{g_o g_i}{\omega_0^2 C_1^2} \right)^2} \approx \\ \approx 1 + \frac{2(g_o g_i)^{1/2}}{\omega_0 C_1} \quad (8.58a)$$

при

$$g_s = (g_s)_{\text{онт}} = \sqrt{g_i^2 + \frac{g_i}{g_o} \omega_0^2 C_1^2} \approx \left(\frac{g_i}{g_o} \right)^{1/2} \omega_0 C_1. \quad (8.58b)$$

Если потери малы, то коэффициент шума очень мал. Для нулевых потерь коэффициент шума равен единице, поскольку нелинейные емкости не дают никакого шума.

Теперь рассмотрим эквивалентную схему параметрического усилителя (рис. 8.8). Здесь g_L — проводимость

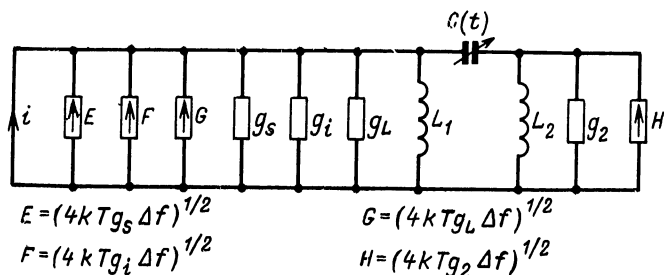


Рис. 8.8. Эквивалентная схема параметрического усилителя [111].

нагрузки, ω_i и ω_2 — входная частота и частота холостого контура, g_i отображает потери в цепи, g_2 — резонансная проводимость холостого контура, L_i и L_2 выбраны так, что входная и выходная цепи настроены в резонанс. Как обычно, шум g_L должен быть отнесен к следующему каскаду.

Рассчитаем коэффициент шума этой схемы, для чего замкнем накоротко входную цепь. В этом случае шумовой ток i в ней состоит из трех компонент: 1 — шума g_s , 2 — шума g_i и 3 — преобразованного шума g_2 . Его средний квадрат определяется выражением

$$\bar{i}^2 = 4kTg_s\Delta f + 4kTg_i\Delta f + \frac{4kT\Delta f}{g_2}(\omega_i^2 C_1^2), \quad (8.59)$$

а коэффициент шума

$$F = 1 + \frac{g_i}{g_s} + \frac{\omega_i^2 C_1^2}{g_s g_2} = 1 + \frac{g_i}{g_s} + \frac{g_{c2}}{g_s} \frac{\omega_i}{\omega_2}, \quad (8.60)$$

где $-g_{c2} = -\omega_2 \omega_i C_1^2 / g_2$ — отрицательная проводимость, вносимая во входную цепь из-за влияния проводимости холостого контура g_2 . При хорошем номинальном усилении g_s должно быть сравнимым с g_{c2} , следовательно, если потери в цепи малы,

$$F \simeq 1 + \omega_i / \omega_2. \quad (8.60a)$$

Отсюда видно, что лучше использовать высокую частоту холостого контура ω_2 . Для $\omega_i \simeq \omega_2$ имеем $F=2$ (коэффициент шума равен 3 дб).

Из (8.60a) следует, что эквивалентная шумовая температура $T_{нш}$ параметрического усилителя равна

$$T_{нш} = (F-1)T \simeq (\omega_i / \omega_2)T, \quad (8.60б)$$

где T — температура параметрической цепи.

Таким образом, охлаждая схему, можно значительно улучшить ее шумовую температуру. Это не удивительно, поскольку все источники шума, дающие вклад в $T_{нш}$, имеют тепловой характер при температуре T . Когда параметрический усилитель охлажден до температуры жидкого гелия, его шумовая температура сравнима с шумовой температурой молекулярного усилителя.

8.3. ФОТОПРЕОБРАЗОВАНИЕ

Развитие лазерной техники привело к использованию в системах связи когерентных световых сигналов. Иначе говоря, стало возможным преобразование частот светового диапазона, в результате чего значительно улучшается отношение сигнал/шум в приемниках света.

А. Усиление мощности в процессе фотопреобразования

Предположим, что необходимо обнаружить световой сигнал $E_1 \cos \omega_1 t$. Для этого данный сигнал и сигнал накачки $E_p \cos \omega_p t$ подают на фотоумножитель или фотоэлемент с характеристикой $I = aE^2$, где E — напряженность поля входной волны (волн). Если фронты волн выравнены надлежащим образом, то эти два сигнала вызывают фототок

$$a(E_1 \cos \omega_1 t + E_p \cos \omega_p t)^2 = 0,5aE_1^2 + 0,5aE_p^2 + \\ + aE_1 E_p \cos(\omega_1 - \omega_p)t + \text{несущественные члены.} \quad (8.61)$$

При воздействии только светового сигнала $E_1 \cos \omega_1 t$ выпрямленный ток равен $I_1 = 0,5aE_1^2$; если бы присутствовало только колебание накачки $E_p \cos \omega_p t$, выпрямленный ток был бы равен $I_p = 0,5aE_p^2$. Благодаря тому, что присутствуют *оба* сигнала, имеется сигнал разностной частоты $(\omega_1 - \omega_p)$ с амплитудой

$$I_0 = aE_1 E_p = 2\sqrt{I_1 I_p}. \quad (8.62)$$

Следовательно, усиление по мощности в процессе преобразования равно

$$G = \frac{0,5I_0^2}{I_1^2} = 2 \frac{I_p}{I_1}. \quad (8.63)$$

Это соотношение не может быть верным при всех уровнях сигнала, так как в этом случае усиление G стремилось бы к бесконечности при уменьшении I_1 до нуля. Вся трудность заключается в том, что входной сигнал $F_1 \cos \omega_1 t$ очень низкого уровня тонет в шуме фотонов накачки. Таким образом, не следует экстраполировать равенство (8.63) до нулевого значения входного сигнала, так как $GI_1/2I_p \rightarrow 0$ при очень малых входных сигналах. Однако над детальной разработкой точной теории для случая слабого сигнала еще нужно работать.

Б. Шум в процессе фотопреобразования [114]

Пусть n — число фотонов входного сигнала за секунду, N — число освобожденных электронов за секунду, $\eta = \bar{N}/\bar{n}$ — квантовый выход детектора и $I_1 = q\bar{N}$ — выпрямленный ток, вызванный сигналом. При отсутствии преобразования характеристики флуктуаций N находят по теореме о дисперсии

$$\text{var } N = \eta^2 \text{var } n + \bar{n}\eta(1 - \eta). \quad (8.64)$$

Если $G \gg 1$, то усиленный входной фотонный шум равен

$$\text{var } N' = G\eta^2 \text{var } n = G\eta\bar{N}'(\text{var } n/\bar{n}), \quad (8.65)$$

поскольку усиливается только первая компонента шума из (8.64). Следовательно, результирующий токовый шум в процессе преобразования есть

$$\begin{aligned} S'_i(f) &= 2q^2 \text{var } N' = 2q^2\eta\bar{N}'G(\text{var } n/\bar{n}) = \\ &= 2q\eta GI_1(\text{var } n/\bar{n}) = 4q\eta I_p(\text{var } n/\bar{n})(GI_1/2I_p). \end{aligned} \quad (8.66)$$

К нему следует добавить шум сигнала накачки

$$S''_i(f) = 2qI_p. \quad (8.67)$$

Поскольку два эти источника независимы, общий шум определяется выражением

$$\begin{aligned} S_i(f) &= S'_i(f) + S''_i(f) = \\ &= 2qI_p[1 + 2\eta(\text{var } n/\bar{n})(GI_1/2I_p)]. \end{aligned} \quad (8.68)$$

Пока входной сигнал не настолько мал, чтобы тонуть в шуме накачки, верно выражение $G = 2I_p/I_1$ и, следовательно,

$$S_i(f) = 2qI_p[1 + 2\eta(\text{var } n/\bar{n})]. \quad (8.68a)$$

Если $\text{var } n = \bar{n}$, то

$$S_i(f) = 2qI_p(1 + 2\eta). \quad (8.68b)$$

Чтобы наблюдать влияние шума входного сигнала, следует использовать детекторы с большим квантовым выходом η .

Если бы присутствовал только входной сигнал $E_1 \cos \omega_1 t$, то шум простого детектора был бы равен

$$S_1(f) = 2q^2 \text{var } N = 2qI_1[1 + \eta(\text{var } n - \bar{n})/\bar{n}], \quad (8.69)$$

в соответствии с (8.64). Если $\text{var } n = \bar{n}$, то

$$S_1(f) = 2qI_1. \quad (8.69a)$$

При этом условии можно дать сравнительную оценку соотношения сигнал/шум по мощности в фотопреобразователе. При непосредственном детектировании из (8.69а) следует

$$\frac{S}{N} = \frac{I_1^2}{S_i(f)B} = \frac{I_1}{2qB}. \quad (8.70)$$

Для смесителя же

$$\frac{S}{N} = \frac{\frac{1}{2} I_0^2}{S_i(f)B} = \frac{2I_1 I_p}{2qI_p(1+2\eta)B} = \frac{2}{1+2\eta} \left(\frac{I_1}{2qB} \right). \quad (8.71)$$

Отношение сигнал/шум преобразователя оказывается равным произведению $2/(1+2\eta)$ на отношение сигнал/шум простого детектора. Таким образом, фотопреобразователь не слишком сильно меняет отношение сигнал/шум по мощности. Однако, преимущество преобразователя в том, что одновременно достигается усиление по мощности. Поэтому шум усилителя, стоящего после фотодетектора, оказывается менее существенным. Таким образом, во многих случаях фотопреобразование оказывается выгодным.

До сих пор мы предполагали, что $GI_1/2I_p \simeq 1$. Но при очень малых входных сигналах $GI_1/2I_p$ приближается к нулю, и поэтому (8.68) принимает вид

$$S_i(f) = 2qI_p, \quad (8.72)$$

ожидаемый для фотодетектора, на который подана только накачка.

В фотоумножителях можно увеличить усиление, используя больше каскадов и уменьшая темновой ток при помощи охлаждения. Использование процесса преобразования в этом случае вряд ли улучшит отношение сигнал/шум. В твердотельном фотодетекторе малые сигналы на его выходе могут потонуть в шуме усилителя. Такая ситуация особенно характерна, если фотопроводниковый или фотогальванический детекторы используются для волны длиной 10 мкм. В этом случае фотопреобразование может значительно улучшить отношение сигнал/шум.

Таким образом, мы видим, что преобразования частоты оптического диапазона часто оказываются выгодными, особенно при выполнении определенных условий:

- 1) волновые фронты должны быть весьма тщательно

выравнены и 2) свет местного гетеродина и входной свет должны падать на одну и ту же площадь фотодетектора, в противном случае получают либо потери сигнала (если входной свет падает на большую площадь детектора, чем свет местного гетеродина), либо добавляется дополнительный шум (если свет местного гетеродина падает на большую площадь, чем входной свет).

ПРИЛОЖЕНИЯ

П.1. ФЛУКТУАЦИОННЫЕ ТЕОРЕМЫ

А. Теорема Винера—Хинчина и связанная с ней теорема

Проведем доказательство уравнения (2.17). Коэффициент Фурье a_n флуктуирующей величины $X(t)$ был определен как

$$a_n = \frac{1}{T} \int_0^T X(t) \exp(-j \omega_n t) dt, \quad (\text{П.1})$$

где $\omega_n = 2\pi n/T$, а T — длительной временной интервал. Спектральная плотность была определена как

$$S_x(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} 2T \overline{a_n a_n^*}. \quad (\text{П.2})$$

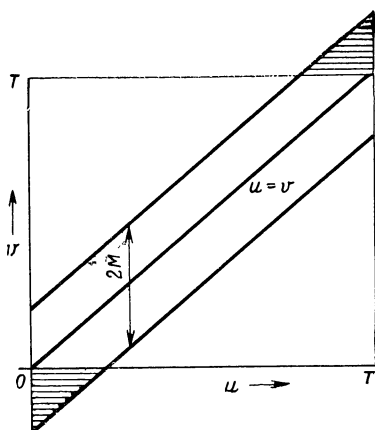
Доказательство теоремы Винера — Хинчина состоит в следующем:

$$\begin{aligned} \overline{2a_n a_n^*} &= \frac{2}{T^2} \int_0^T \int_0^T \overline{X(u) X(v)} \exp[-j \omega_n (u - v)] du dv = \\ &= \frac{2}{T^2} \int_0^T du \int_{-u}^{T-u} \overline{X(u) X(u+s)} \exp(j \omega_n s) ds, \end{aligned} \quad (\text{П.3})$$

что получается путем подстановки $s = v - u$ в качестве новой переменной. Учтем теперь, что $\overline{X(u) X(u+s)}$ стремится к нулю при больших s . В таком случае можно определить интервал $-M \leq s \leq M$, вне которого $\overline{X(u) X(u+s)}$ имеет пренебрежимо малую величину. Далее выбираем $T \gg M$. Сравнивая (П.3) с интегралом

$$\frac{2}{T^2} \int_0^T du \int_{-M}^M \overline{X(u) X(u+s)} \exp(j \omega_n s) ds, \quad (\text{П.3а})$$

Рис. П.1. Иллюстрация примерной эквивалентности интеграла в последней части уравнения (П.3) и интеграла из уравнения (П.3а).



можно видеть (рис. П.1), что эти два интеграла описывают площади фигур, отличающихся только двумя треугольниками с основанием M , площадь которых пренебрежимо мала по сравнению со всем интегралом. Поэтому

$$\begin{aligned} 2 \overline{a_n a_n^*} &= \frac{2}{T^2} \int_0^T du \int_{-M}^M \overline{X(u) X(u+s)} \exp(j \omega_n s) ds = \\ &= \frac{2}{T^2} \int_0^T du \int_{-\infty}^{\infty} \overline{X(u) X(u+s)} \exp(j \omega_n s) ds = \\ &= \frac{2}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{X(u) X(u+s)} \exp(j \omega_n s) ds, \end{aligned} \quad (\text{П.4})$$

так как подынтегральное выражение $\overline{X(u) X(u+s)}$ пренебрежимо мало при $|s| > M$ и не зависит от u . Подстановка (П.4) в (П.2) дает

$$\begin{aligned} S_x(f) &= \lim_{T \rightarrow \infty} 2T \overline{a_n a_n^*} = \\ &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} \overline{X(u) X(u+s)} \exp(j \omega_n s) ds, \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

что и доказывает теорему Винера — Хинчина (2.17).

Аналогичным образом доказывается (2.38). Из (2.37) имеем:

$$X_{\tau} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} X(t) dt \quad \text{или} \quad \overline{X_{\tau}^2} = \frac{2}{\tau^2} \int_0^{\tau} \int_0^{\tau} \overline{X(u) X(v)} du dv. \quad (\text{П.6})$$

Это соответствует (П.3) при $\omega_n=0$ и $T=\tau$. Поэтому точно так же, как из (П.3) вытекает (П.5), так и (П.6) приводит к

$$S_x(0) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} 2\tau \overline{X_\tau^2} = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \overline{X(u) X(u+s)} ds, \quad (\text{П.7})$$

что и доказывает (2.38).

Б. Теоремы Кемпбелла, Парсеваля и Карсона

В этом разделе мы собираемся доказать *теорему Карсона*, но для того чтобы сделать это, докажем сначала *теорему Кемпбелла* и *теорему Парсеваля*. Теорема Кемпбелла формулируется следующим образом:

Пусть элементарное событие, происходящее в момент $t=t_i$, вызывает отклик $F(t-t_i)$ в некоторой системе, которая может быть электрической цепью, пластинкой полупроводника и тому подобное, так что результирующий отклик $Y(t)$ является суммой большого числа независимых откликов $F(t-t_i)$, возникающих случайно со средней частотой λ . Иначе говоря,

$$Y(t) = \sum_i F(t-t_i) \text{ при } 0 < t < T. \quad (\text{П.8})$$

Теорема Кемпбелла утверждает, что для достаточно больших T

$$\bar{Y} = \lambda \int_{-\infty}^{\infty} F(u) du, \quad (\text{П.9})$$

$$\text{var } Y = \lambda \int_{-\infty}^{\infty} [F(u)]^2 du. \quad (\text{П.10})$$

Для доказательства рассмотрим вначале подансамбли, в которых на временном интервале T происходит ровно K событий, и далее усредним по K . Для такого подансамбля

$$Y(t) = \sum_{i=1}^K F(t-t_i). \quad (\text{П.8a})$$

Вероятность того, что некоторое определенное событие произойдет между t_i и t_i+dt_i , равна dt_i/T , так как события независимы и имеют место в случайном порядке. Следовательно,

$$\bar{Y}^s = \int_0^T \frac{dt_1}{T} \dots \int_0^T \frac{dt_K}{T} \sum_{i=1}^K F(t-t_i) = \sum_{i=1}^K \int_0^T \frac{dt_i}{T} F(t-t_i), \quad (\text{П.11})$$

где символ « $-s$ » означает усреднение по подансамблю.

Но средние по подансамблю не зависят от времени. Поэтому, не совершая ошибки, можно положить $t=T/2$. В таком случае, обо-

значая $u = (T/2) - t_i$, имеем для достаточно большого T :

$$\bar{Y}^s = \frac{K}{T} \int_0^T F\left(\frac{T}{2} - t_i\right) dt_i = \frac{K}{T} \int_{-T/2}^{T/2} F(u) du \cong \frac{K}{T} \int_{-\infty}^{\infty} F(u) du. \quad (\text{П.11a})$$

Следовательно,

$$\bar{Y} = \overline{\bar{Y}^s} = \frac{\bar{K}}{T} \int_{-\infty}^{\infty} F(u) du = \lambda \int_{-\infty}^{\infty} F(u) du,$$

что и доказывает (П.9).

Обратимся теперь к (П.10). Снова проводя усреднение по подансамблю, получим

$$\overline{Y^{2s}} = \int_0^T \frac{dt_1}{T} \dots \int_0^T \frac{dt_K}{T} \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K F(t - t_i) F(t - t_j). \quad (\text{П.12})$$

Имеется K интегралов, для которых $i=j$. Каждый из них дает

$$\int_0^T F^2(t - t_i) \frac{dt_i}{T}. \quad (\text{П.13})$$

Существует $K(K-1)$ интегралов, для которых $i \neq j$. Каждый из них дает

$$\int_0^T F(t - t_i) \frac{dt_i}{T} \int_0^T F(t - t_j) \frac{dt_j}{T}. \quad (\text{П.14})$$

Так как средние по подансамблю не зависят от времени, положим в (П.13) и (П.14) $t = T/2$. Полагая $u = (T/2) - t_i$ и $v = (T/2) - t_j$, имеем

$$\begin{aligned} \overline{Y^{2s}} &= \frac{K}{T} \int_{-T/2}^{T/2} F^2(u) du + \frac{K(K-1)}{T^2} \int_{-T/2}^{T/2} F(u) du \int_{-T/2}^{T/2} F(v) dv = \\ &= \frac{K}{T} \int_{-\infty}^{\infty} F^2(u) du + \frac{K(K-1)}{T^2} \left[\int_{-\infty}^{\infty} F(u) du \right]^2. \end{aligned} \quad (\text{П.15})$$

Но

$$(\bar{Y}^s)^2 = \frac{K^2}{T^2} \left[\int_{-\infty}^{\infty} F(u) du \right]^2,$$

так что

$$\overline{(Y - \bar{Y}^*)^2}^S = \bar{Y}^{2S} - (\bar{Y}^*)^2 = \frac{K}{T} \int_{-\infty}^{\infty} F^2(u) du - \frac{K}{T^2} \left[\int_{-\infty}^{\infty} F(u) du \right]^2. \quad (\text{П.16})$$

Усредним теперь по всем значениям K , чтобы получить дисперсию $\text{var } Y$:

$$\begin{aligned} \text{var } Y &= \frac{\bar{K}}{T} \int_{-\infty}^{\infty} F^2(u) du - \frac{\bar{K}}{T^2} \left[\int_{-\infty}^{\infty} F(u) du \right]^2 = \\ &= \lambda \int_{-\infty}^{\infty} F^2(u) du - \frac{\lambda}{T} \left[\int_{-\infty}^{\infty} F(u) du \right]^2. \end{aligned} \quad (\text{П.17})$$

Так как последний член стремится к нулю при $T \rightarrow \infty$, то (П.10), таким образом, доказано.

Докажем теперь *теорему Парсеваля*, которая утверждает, что если $\psi(f)$ есть преобразование Фурье от $F(t)$, то

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi^2(f)| df = \int_{-\infty}^{\infty} F^2(t) dt. \quad (\text{П.18})$$

Согласно определению

$$\psi(f) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t) \exp(-2\pi j ft) dt, \quad (\text{П.19})$$

а обратное преобразование есть

$$F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^*(f) \exp(-2\pi j ft) df. \quad (\text{П.19a})$$

Используя (П.19) и (П.19a), находим:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(f) \psi^*(f) df &= \int_{-\infty}^{\infty} \psi^*(f) df \int_{-\infty}^{\infty} F(t) \exp(-2\pi j ft) dt = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} F(t) dt \int_{-\infty}^{\infty} \psi^*(f) \exp(-2\pi j ft) df = \int_{-\infty}^{\infty} F^2(t) dt. \end{aligned}$$

Это доказывает теорему Парсеваля.

Докажем в заключение *теорему Карсона*, которая утверждает, что если $\psi(f)$ есть преобразование Фурье функции $F(u)$, а $Y(t)$ задано соотношением (П.8), то

$$S\hat{Y}(f) = 2\lambda |\psi(f)|^2, \quad (\text{П.20})$$

где

$$\psi(f) = \int_{-\infty}^{\infty} F(u) \exp(-2\pi j f u) du. \quad (\text{П.21})$$

Из (П.18) согласно теореме Парсеваля имеем

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi^2(f)| df = \int_{-\infty}^{\infty} F^2(u) du.$$

Подставляя это выражение в соотношение, вытекающее из теоремы Кемпбелла, получаем согласно (2.19)

$$\text{var } Y = \lambda \int_{-\infty}^{\infty} |\psi^2(f)| df = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} S_Y(f) df. \quad (\text{П.22})$$

Это представляет искомый результат, если, например, справедливо (П.20). Для доказательства (П.20) пропустим флуктуации через фильтр с частотной характеристикой коэффициента передачи $g(f)$. Обозначим выходной сигнал фильтра символом Z . Тогда по аналогии с (П.22)

$$\text{var } Z = \lambda \int_{-\infty}^{\infty} |\psi^2(f)| \cdot |g(f)|^2 df = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} S_Y(f) \cdot |g(f)|^2 df. \quad (\text{П.23})$$

Так как это должно быть справедливо для произвольного фильтра, единственная возможность состоит в том, чтобы

$$S_Y(f) = 2\lambda |\psi(f)|^2,$$

что доказывает (П.20).

В. Теорема о дисперсии [Уравнение (2.42a)]

Так как

$$n = \sum_{i=1}^N a_i,$$

причем N и a_i флуктуируют, усредним n вначале по подансамблю элементов, которые имеют одну и ту же величину N , а затем усредним по всем N . Таким образом, если обозначить символом « $\bar{}$ » среднее по подансамблю, то $\bar{\bar{u}}^s = N\bar{a}$; откуда

$$\bar{n} = \overline{\bar{n}^s} = N\bar{a}. \quad (\text{П. 4})$$

Кроме того,

$$n^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_i a_j.$$

Отсюда

$$\overline{n^{2s}} = N(N-1) \overline{a_i a_j} + N \overline{a_i^2} = N^2 (\bar{a})^2 + N \text{var } a,$$

так как имеется N членов $a_i a_j$ с $i = j$ и $N(N-1)$ членов $a_i a_j$ с $i \neq j$, кроме того, при $i \neq j$, $\overline{a_i a_j} = (\bar{a})^2$. Следовательно,

$$\bar{n}^2 = \overline{n^{2s}} = \overline{N^2} (\bar{a})^2 + \overline{N} \text{var } a.$$

Отсюда

$$\text{var } n = \overline{n^2} - (\bar{n})^2 = (\bar{a})^2 \text{var } N + \overline{N} \text{var } a, \quad \text{[(П.25)]}$$

что и требовалось доказать.

Г. Точность единичного отсчета шума

Покажем теперь, что относительная точность $\sqrt{\alpha}$ единичного отсчета шума для шумового сигнала с полосой B при использовании квадратичного детектора с индикатором, обладающим постоянной времени τ , составляет

$$\sqrt{\alpha} = (2B\tau)^{-1/2}. \quad \text{[(П.26)]}$$

Докажем это положение на примере измерения шумового сопротивления. Пусть $X(t)$ — случайный сигнал, воздействующий на квадратичный детектор, так что $\bar{X}^2 = 4kTR_n B |g|^2$, где g — усиление измерительного усилителя. Тогда ток на выходе детектора равен $I(t) = X^2(t)$. В таком случае имеем:

$$\bar{I} = \bar{X}^2 = 4kTR_n B |g|^2. \quad \text{[(П.27)]}$$

Вычислим далее

$$\overline{[I(t) - \bar{I}][I(t+s) - \bar{I}]} = \overline{[X^2(t) X^2(t+s) - (\bar{X}^2)^2]}$$

и докажем, что

$$\overline{[I(t) - \bar{I}][I(t+s) - \bar{I}]} = 2(\bar{I})^2 c^2(s), \quad \text{[(П.28)]}$$

где $c(s) = \overline{X(t) X(t+s)} / \bar{X}^2$ — нормированная автокорреляционная функция от $X(t)$. Положим

$$X(t+s) = c(s) X(t) + Z(s), \quad \text{[(П.29)]}$$

где $Z(s)$ не зависит от $X(t)$. Отсюда

$$\overline{X^2(t+s)} = \bar{X}^2(t) = c^2(s) \bar{X}^2(t) + \bar{Z}^2(s) \quad \text{или} \quad \bar{Z}^2 = \bar{X}^2 [1 - c^2(s)]. \quad \text{[(П.29а)]}$$

Аналогично находим

$$\begin{aligned} \overline{X^2(t) X^2(t+s)} - (\bar{X}^2)^2 &= \overline{X^2(t) [c(s) X(t) + Z(s)]^2} - (\bar{X}^2)^2 = \\ &= c^2(s) \bar{X}^4 + \bar{X}^2 \bar{Z}^2 - (\bar{X}^2)^2 = 2c^2(s) (\bar{X}^2)^2, \end{aligned}$$

так как $\overline{X^4} = 3(\overline{X^2})^2$ для любой нормально распределенной функции $X(t)$, а $\overline{Z^2}$ задано (П.29а). Отсюда

$$\overline{[I(t) - \bar{I}][I(t+s) - \bar{I}]} = 2(\bar{I})^2 c^2(s) = 2[4kTR_n B |g|^2] c^2(s). \quad (\text{П.29б})$$

Следовательно, спектральная плотность продетектированного шума равна

$$S_I(f) = 4(\bar{I})^2 \int_{-\infty}^{\infty} c^2(s) \exp(j\omega s) ds. \quad (\text{П.30})$$

Для узкой шумовой полосы, характеризуемой средней спектральной плотностью S_0 , полосой частот B и центральной частотой f_0 , из (2.18) находим

$$c(s) = \frac{\sin \pi B s}{\pi B s} \cos 2\pi f_0 s, \quad (\text{П.31})$$

причем $\bar{I} = S_0 B$. Подстановка (П.31) в (П.30) и интегрирование дают низкочастотный спектр шума:

$$S_I(f) = 2S_0^2(B-f) \quad \text{при } 0 < f < B, \quad (\text{П.32})$$

$$S_I(f) = 0 \quad \text{при } f > B.$$

Это выражение описывает продетектированный шум.

Подадим теперь найденный спектр на индикатор с нормированной частотной характеристикой вида $1/\sqrt{1+\omega^2\tau^2}$, где τ — постоянная времени. В результате на выходе получим флуктуации $Y(t)$, средний квадрат которых равен

$$\overline{Y^2} = \int_0^B \frac{2S_0^2(B-f)}{1+\omega^2\tau^2} df = \frac{(\bar{I})^2}{2B\tau} = \frac{[4kTR_n B |g|^2]^2}{2B\tau} \quad (\text{П.33})$$

при $B\tau \gg 1$. Следовательно, относительная точность единичного отсчета шума

$$V_{\alpha}^- = \frac{\sqrt{\overline{Y^2}}}{\bar{I}} = \frac{1}{\sqrt{2B\tau}}, \quad (\text{П.34})$$

что и требовалось доказать.

Приравнявая $\sqrt{\overline{Y^2}}$ к выражению $4kT\Delta R_n B |g|^2$, находим для относительной погрешности единичного шумового отсчета

$$\Delta R_n = R_n / \sqrt{2B\tau}. \quad (\text{П.35})$$

Обратимся теперь к корреляционному методу шумовых измерений. На выходе одного усилителя имеем $v_1(t) + u(t)$, на выходе другого — $v_2(t) + u(t)$, где $u(t)$ обеспечивается общим источником

шума, а $v_1(t)$ и $v_2(t)$ порождаются шумом, генерируемым в усилителях. Мы измеряем

$$\overline{[v_1(t) + u(t)][v_2(t) + u(t)]} = \overline{u^2},$$

а выпрямленный шум обуславливается

$$\overline{v_1(t)v_2(t)v_1(t+s)v_2(t+s)} = [4kTR_nB |g|^2]^2 c^2(s), \quad (\text{П.36})$$

где R_n — шумовое сопротивление каждого усилителя и $c(s)$ — нормированная автокорреляционная функция шума. Эта величина вдвое меньше, чем в предыдущем случае (П.296). Поэтому

$$\overline{Y^2} = [4kTR_nB |g|^2]^2 / 4B\tau. \quad (\text{П.36a})$$

Приравнявая $\sqrt{\overline{Y^2}}$ и $4kT\Delta R_nB |g|^2$, получаем относительную точность единичного отсчета шумового сопротивления

$$\Delta R_n = R_n / \sqrt{4B\tau}, \quad (\text{П.36б})$$

что и требовалось доказать.

П.2. ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ КОЛЛЕКТИВНОГО И КОРПУСКУЛЯРНОГО МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ШУМА В ДИОДАХ И ТРАНЗИСТОРАХ

А. «Коллективный» метод анализа шума

С помощью данного метода проанализируем шум генерации — рекомбинации и шум диффузии, причем и тот, и другой обязаны своим появлением неосновным носителям.

Рассмотрим полупроводник n -типа с инжектирующим контактом при $x=0$ и дырочным током, обусловленным диффузией, в направлении оси X . Концентрация дырок убывает с увеличением x вследствие рекомбинации. Разделим полупроводник на элементарные ячейки объемом $\Delta x \Delta y \Delta z$. В силу уравнения непрерывности

$$\frac{1}{q} \frac{\partial j_p}{\partial x} + \frac{p'}{\tau_p} = 0, \quad (\text{П.37})$$

где τ_p — время жизни дырок, j_p — плотность дырочного тока, $p' = p - p_n$ — избыточная концентрация дырок, а p_n — равновесная концентрация дырок, в элементе объема $\Delta x \Delta y \Delta z$ из-за рекомбинации исчезает дырочный ток, равный $qp' \Delta x \Delta y \Delta z / \tau_p$. Кроме того, по той же самой причине исчезает дырочный ток $qp_n \Delta x \Delta y \Delta z / \tau_p$. Последний процесс балансируется аналогичным возникновением дырочного тока из-за объемной генерации. Таким образом, результирующее убывание тока вследствие рекомбинации составляет $qp \Delta x \Delta y \Delta z / \tau_p$. Все эти токи должны создавать полный дробовой шум, и, следовательно, генерация — рекомбинация

в элементе объема $\Delta x \Delta y \Delta z$ может быть представлена генератором тока $\sqrt{\Delta i_{rx}^2}$, где

$$\overline{\Delta i_{rx}^2} = 2q \left[\frac{qp(x)}{\tau_p} \Delta x \Delta y \Delta z \right] \Delta f + 2q \left[\frac{qp_n}{\tau_p} \Delta x \Delta y \Delta z \right] \Delta f. \quad (\text{П.38})$$

Здесь учтена объемная рекомбинация. Аналогичным образом на поверхности полупроводника в элементе поверхности ΔA из-за поверхностной рекомбинации исчезает ток $qs(p-p_n)$, где s — скорость поверхностной рекомбинации. По той же причине исчезает и ток $qsp_n \Delta A$, который балансируется током $qsp_n \Delta A$, возникающим благодаря поверхностной генерации. Таким образом, результирующее убывание тока равно $qsp \Delta A$. Все эти токи должны создавать полный дробовой шум. Поэтому шум элемента поверхности ΔA может быть представлен генератором тока $\sqrt{\Delta i_{rs}^2}$, где

$$\overline{\Delta i_{rs}^2} = 2q [qsp \Delta A] \Delta f + 2q [qsp_n \Delta A] \Delta f. \quad (\text{П.39})$$

Приложим полученные результаты к анализу p - n диода. Чтобы упростить вопрос, предположим вначале, что все дырки, генерируемые в n -области, попадают в p -область. Тогда имеем для дырочного тока I_p и дырочного тока насыщения I_{p0} :

$$I_p = (q/\tau_p) \int [p(x) - p_n] dV + qs \int (p - p_n) dA, \quad (\text{П.40})$$

$$I_{p0} = (q/\tau_p) \int p_n dV + qs \int p_n dA. \quad (\text{П.41})$$

Интегрируя (П.38) и (П.39), находим полный шум:

$$\overline{i^2} = 2q (I_p + I_{p0}) \Delta f + 2q I_{p0} \Delta f. \quad (\text{П.41a})$$

Таким образом, (6.7) является следствием того факта, что все источники шума генерации и рекомбинации в n -области проявляют полный дробовой шум. Поэтому, если отказаться от допущения, что все дырки, генерируемые в n -области, попадают в p -область, выкладки становятся более сложными, но итоговый результат, конечно, остается тем же самым.

Что касается шума диффузии, то его в элементе объема $\Delta x \Delta y \Delta z$ согласно (5.10 а) можно представить генератором тока $\sqrt{\Delta i_{dx}^2}$, где

$$\overline{\Delta i_{dx}^2} = 4q^2 D_p p(x) (\Delta y \Delta z / \Delta x) \Delta f. \quad (\text{П.42})$$

Уравнения (П.38), (П.39) и (П.42) справедливы при условии, что $p \ll n$ в n -области. Это называется случаем *низкого уровня инжекции*. Если p и n становятся соизмеримыми, данные уравнения должны быть соответственно модифицированы. Тогда (П.38) превращается в уравнение [116]

$$\overline{\Delta i_{rx}^2} = 2q^2 p_n (\Delta x \Delta y \Delta z / \tau_p) \Delta f, \quad (\text{П.43})$$

описывающее рекомбинацию на центрах рекомбинации, а (П.42) должно быть записано как

$$\Delta \overline{i_{dx}^2} = 4q^2 D_a \frac{pn}{p+n} \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} \Delta f. \quad (\text{П.44})$$

Здесь D_a — коэффициент амбиполярной диффузии.

Проблема шума при «коллективном» подходе в случае низкого уровня инжекции может быть решена методами исследования длинных линий [24]. Полученные результаты идентичны найденным на основе корпускулярного подхода. Случай высокого уровня инжекции в настоящее время находится в процессе исследования.

Б. Эквивалентность коллективного и корпускулярного методов

Докажем эту эквивалентность для плоскостного диода, в котором практически весь ток переносится дырками. В таком случае n -область списывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = - \frac{p - p_n}{\tau_v} - \frac{1}{q} \nabla \cdot \mathbf{j}_p - g_v(\mathbf{r}, t), \quad (\text{П.45})$$

$$\mathbf{j}_p(\mathbf{r}, t) = -q D_p \nabla p(\mathbf{r}, t) - q \mathbf{h}(\mathbf{r}, t), \quad (\text{П.46})$$

$$\mathbf{j}_{psn}(\mathbf{r}, t) = qs [p(\mathbf{r}, t) - p_n] + q g_s(\mathbf{r}, t). \quad (\text{П.47})$$

Здесь (П.45) — уравнение непрерывности; τ_v — время жизни в объеме, а $g_v(\mathbf{r}, t)$ — флуктуации скорости объемной генерации — рекомбинации; (П.46) — уравнение тока, $\mathbf{h}(\mathbf{r}, t)$ — флуктуации скорости диффузии; (П.47) описывает явления на поверхности; \mathbf{j}_{psn} — нормальная к поверхности компонента плотности дырочного поверхностного тока, s — скорость поверхностной рекомбинации и $g_s(\mathbf{r}, t)$ — флуктуации скорости поверхностной генерации — рекомбинации.

Интегрируя (П.45) по всему объему n -области и используя теорему Стокса для $\int \nabla \cdot \mathbf{j}_p dV$, находим¹⁾:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int p dV &= - \frac{1}{\tau_v} \int (p - p_n) dV - \\ &- \int g_v(\mathbf{r}, t) dV - \frac{1}{q} \int \mathbf{j}_{psn} dA + \frac{1}{q} \int \mathbf{j}_{pin} dA', \end{aligned} \quad (\text{П.48})$$

где \mathbf{j}_{psn} — нормальная компонента плотности мгновенного тока в p - n переходе, а dA' — элемент поверхности p - n перехода. Так как последний член в (П.48) соответствует мгновенному дырочному току

¹⁾ Отметим, что если положительным для \mathbf{j}_{pin} выбирается направление из p -области в n -область, то

$$\int \nabla \cdot \mathbf{j}_p dV = \int \mathbf{j}_{psn} dA - \int \mathbf{j}_{pin} dA'.$$

$I_p(t)$, поделенному на q , имеем:

$$I_p(t) = q \frac{\partial}{\partial t} \int p dV + \frac{q}{\tau_v} \int (p - p_n) dV + \\ + qs \int (p - p_n) dA + q \int g_v(\mathbf{r}, t) dV + q \int g_s(\mathbf{r}, t) dA. \quad (\text{П.48a})$$

Таким образом, мы установили связь между дырочным током возле p - n перехода и внутри n -области.

Разделим теперь дырки на три группы:

1. Дырки, инжектированные в n -область и рекомбинирующие там.

2. Дырки, генерированные в n -области и собранные p -областью.

3. Дырки, инжектированные в n -область и возвращенные в p -область за счет обратной диффузии.

Выясним, какой вклад дает каждая из этих трех групп в первый член (П.48a).

Дырки группы 1 дают вклад $[q(\partial/\partial t) \int p dV]_{1a}$ в число дырок, инжектированных в n -область, и долю $[q(\partial/\partial t) \int p dV]_{1b}$ за счет дырок, рекомбинирующих в n -области. Таким образом, ток $I_{p1}(t)$ за счет дырок первой группы может быть записан в виде

$$I_{p1}(t) = q \left[\frac{\partial}{\partial t} \int p dV \right]_{1a} + q \left[\frac{\partial}{\partial t} \int p dV \right]_{1b} + \\ + \frac{q}{\tau_v} \int p dV + qs \int p dA + q \int g_v(\mathbf{r}, t) dV + \\ + q \int g_s(\mathbf{r}, t) dA = q \left[\frac{\partial}{\partial t} \int p dV \right]_{1a}, \quad (\text{П.49})$$

так как член $q[(\partial/\partial t) \int p dV]_{1b}$ сокращается с четырьмя другими членами, потому что каждый процесс рекомбинации, уменьшающий $q[(\partial/\partial t) \int p dV]_{1b}$ на некоторую величину, увеличивает один из четырех оставшихся членов на ту же самую величину.

Аналогичным образом дырки группы 2 дают вклад $q[(\partial/\partial t) \int p dV]_{2a}$ за счет дырок, поступающих в p -область, и долю $q[(\partial/\partial t) \int p dV]_{2b}$ дырок, генерируемых в n -области. Обозначая через $I_{p2}(t)$ дырочный ток, обусловленный дырками второй группы, по аналогии с (П.49) имеем:

$$I_{p2}(t) = q \left[\frac{\partial}{\partial t} \int p dV \right]_{2a}. \quad (\text{П.50})$$

Дырки группы 3 дают вклад $q[(\partial/\partial t) \int p dV]_{3a}$ за счет дырок, инжектированных в n -область, и вклад $q[(\partial/\partial t) \int p dV]_{3b}$ в количество дырок, извлекаемых из n -области, причем последний член имеет случайное запаздывание по отношению к первому. По аналогии с (П.49)

$$I_{p3}(t) = q \left[\frac{\partial}{\partial t} \int p dV \right]_{3a} + q \left[\frac{\partial}{\partial t} \int p dV \right]_{3b}. \quad (\text{П.51})$$

Следовательно, полный ток $I_p(t)$ равен

$$I_p(t) = q \left[\frac{\partial}{\partial t} \int p dV \right]_{1a} + q \left[\frac{\partial}{\partial t} \int p dV \right]_{2a} + \\ + q \left[\frac{\partial}{\partial t} \int p dV \right]_{3a} + q \left[\frac{\partial}{\partial t} \int p dV \right]_{3b}, \quad (\text{П.52})$$

так что $I_p(t)$ полностью относится к тому, что происходит вблизи p - n перехода. Следовательно, корпускулярный подход полностью подтверждается.

П.3. МЕТОДЫ УСРЕДНЕНИЯ В ТЕОРИИ СМЕСИТЕЛЕЙ ДЛЯ СЛУЧАЯ БЕЛОГО ШУМА

Чтобы продемонстрировать законность методов усреднения, используемых в теории смесителей для случая белого шума, рассмотрим вакуумный триод [117]. Пусть dI_0 — ток эмиссии, обусловленный электронами, эмиттированными с энергией между V_0 и $V_0 + dV_0$ эв. Предположим, что в момент τ ток dI_0 претерпевает небольшое флуктуационное изменение δI_0 длительностью $\Delta \tau$, которое имеет белый спектр. Тогда соответствующая флуктуация δI_a анодного тока равна

$$\delta I_a = \gamma(V_0, t) \delta I_0, \quad (\text{П.53})$$

где $\gamma(V_0, t)$ — коэффициент подавления шума пространственным зарядом для изучаемого интервала энергий. Запишем теперь $\gamma(V_0, t)$ и крутизну статической характеристики $g_m(t)$ в виде:

$$\gamma(V_0, t) = \gamma_0(V_0) + 2\gamma_1(V_0) \cos \omega_p t + 2\gamma_2(V_0) \cos 2\omega_p t + \dots, \quad (\text{П.54})$$

$$g_m(t) = g_{m0} + 2g_{m1} \cos \omega_p t + 2g_{m2} \cos 2\omega_p t + \dots \quad (\text{П.55})$$

Используя аппарат рядов Фурье на отрезке $0 < t < T$, имеем

$$\delta I_0 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \omega_n (t - \tau), \quad \omega_n = 2\pi n/T, \quad (\text{П.56})$$

где $\overline{a_n^2}$ не зависит от n практически на всех интересующих нас частотах, так как δI_0 имеет белый спектр. Поэтому можно положить $a_n = a$.

Подставим теперь (П.56) и (П.54) в (П.53) и удержим шумовые сигналы с частотой ω_0 . Для преобразования на m -ой гармонике это $\omega_n = \omega_0$ и $\omega_n = |m\omega_p \pm \omega_0|$. Так как за счет смешения двух боковых частот $m\omega_p + \omega_0$ и $|m\omega_p - \omega_0|$ члены

$$2\gamma_m(V_0) \cos m\omega_p t [a \cos \{(m\omega_p + \omega_0)(t - \tau)\} + \\ + a \cos \{(m\omega_p - \omega_0)(t - \tau)\}]$$

дают на частоте ω_0 выражения

$$a\gamma_m(V_0) [\cos \{\omega_0(t - \tau) - m\omega_p \tau\} + \cos \{\omega_0(t - \tau) + m\omega_p \tau\}] = \\ = 2a\gamma_m(V_0) \cos m\omega_p \tau \cos \omega_0(t - \tau),$$

имеем для Фурье — компоненты $b \cos \omega_0 (t - \tau)$ тока $\delta I_a(t)$:

$$b \cos \omega_0 (t - \tau) = a [\gamma_0(V_0) + 2\gamma_1(V_0) \cos \omega_p \tau + \\ + 2\gamma_2(V_0) \cos 2\omega_p \tau + \dots] \cos \omega_0 (t - \tau) = a\gamma(V_0, \tau) \cos \omega_0 (t - \tau). \quad (\text{П.57})$$

Выполним теперь усреднение и интегрирование в следующем порядке.

1. Усредняем по ансамблю идентичных систем, каждая из которых претерпевает случайную флуктуацию δI_0 в интервале энергий dV_0 в момент τ :

$$\overline{b^2} = \overline{a^2} [\gamma(V_0, \tau)]^2. \quad (\text{П.58})$$

2. Суммируем (П.58) по всем моментам τ , для которых $(\omega_p \tau - 2\pi m)$ имеет одинаковую величину ($m=0, 1, 2, \dots$), что соответствует суммированию по всем эквивалентным импульсам в различные периоды на интервале $0 < t < T$:

$$\overline{\Delta i_a^2} = 2qdI_0 \Delta f [\gamma(V_0, \tau)]^2 \Delta(\omega_p \tau) / 2\pi. \quad (\text{П.59})$$

Данный результат следует из того факта, что, если $\gamma(V_0, \tau)$ не зависит от τ , полный шум, получаемый суммированием по всем интервалам Δt в пределах полного периода, должен составить

$$\overline{\Delta i_a^2} = 2qdI_0 df \gamma^2(V_0). \quad (\text{П.59a})$$

3. Интегрируем (П.59) по всем значениям dV_0 :

$$\overline{\Delta i_a^2} = \varepsilon \cdot 4kTg_m(\tau) df \Delta(\omega_p \tau) / 2\pi: \quad (\text{П.60})$$

где $g_m(\tau)$ — значение $q_m(t)$ при $t=\tau$ и ε — константа вида $\varepsilon = \theta T_c / (\sigma T)$, причем θ , T_c и σ имеют тот же самый смысл, что и в гл. 6. Это вытекает из того, что если $g_m(\tau)$ не зависит от τ и мы суммируем по всем интервалам Δt в пределах полного периода, то получается хорошо известная формула

$$\overline{i_a^2} = \varepsilon \cdot 4kTg_m \Delta f. \quad (\text{П.60a})$$

4. Суммируем по всем моментам τ в пределах полного периода колебаний гетеродина:

$$\overline{i_a^2} = \varepsilon \cdot \frac{4kT \Delta f}{2\pi} \sum_{\Delta \tau} g_m(\tau) \Delta(\omega_p \tau) = \varepsilon \cdot 4kTg_{m0} \Delta f, \quad (\text{П.61})$$

что доказывает законность метода усреднения. Аналогичным образом доказывается справедливость метода при наличии обратной связи или взаимодействия между входным и выходным шумом, как в случае диодного смесителя.

Если шум прибора представляет собой полный дробовой шум, как в случае твердотельного диода, теория становится гораздо менее сложной, так как большинство изложенных четырех этапов может быть упрощено или вообще не требуется. Это видно из следующего.

1. Так как $\gamma(V_0, t) = 1$, первый шаг дает $\bar{b}^2 = \bar{a}^2$.
2. Суммируя по всем эквивалентным моментам, находим

$$\Delta \bar{i}_d^2 = 2q [I(\tau) + 2I_{00}] \Delta f \Delta(\omega_p \tau) / 2\pi,$$

где I_{00} — ток насыщения.

3. Этот шаг излишен, так как нет распределения по энергиям.

$$4. \quad \bar{i}_d^2 = 2q \Delta f \sum_{\Delta \tau} [I(\tau) + 2I_{00}] \frac{\Delta(\omega_p \tau)}{2\pi} = 2q \Delta f (I_0 + I_{00}),$$

так что сложный процесс преобразования затрагивается только тогда, когда учитывается взаимодействие между шумом на высокой и промежуточной частоте.

Имеем, таким образом, следующее правило: если шум прибора не является полным дробовым шумом, то

$$\delta I_a = \gamma(V_0, t) \delta I_0,$$

и получение итогового результата требует анализа сложного процесса преобразования. Однако, если $\gamma(V_0, t) = 1$, вычисления могут выполняться непосредственно, без оглядок на сложный процесс преобразования.

То, что этот результат не очевиден, можно показать на следующем примере. Рассмотрим вакуумный диод, который обладает фликкер-эффектом, вызванным действительными флуктуациями δI_s тока эмиссии I_s . Тогда можно показать, что флуктуации δI_a анодного тока равны

$$\delta I_a = (kT_c g_m / q I_s) \delta I_s, \quad (\text{П.62})$$

где g_m — крутизна лампы. Положим теперь

$$\delta I_s = \sum_n a_n \cos \omega_n t, \quad \omega_n = 2\pi n / T, \quad (\text{П.63})$$

$$g_m(t) = g_{m0} + 2g_{m1} \cos \omega_p t + 2g_{m2} \cos 2\omega_p t + \dots \quad (\text{П.64})$$

Подставляя эти выражения в (П.62), находим:

$$\begin{aligned} \delta I_a = \left(\frac{kT_c}{qI_s} \right) & \left\{ g_{m0} a_0 \cos \omega_n t + g_{m1} \left[\sum_n a_n \cos (\omega_p - \omega_n) t + \right. \right. \\ & + \sum_n a_n \cos (\omega_p + \omega_n) t \left. \right] + g_{m2} \left[\sum_n a_n \cos (2\omega_p - \omega_n) t + \right. \\ & \left. \left. + \sum_n a_n \cos (2\omega_p + \omega_n) t \right] + \dots \right\}, \quad (\text{П.65}) \end{aligned}$$

так что в результате процесса преобразования возникают вокруг частоты ω_p две боковые шумовые полосы с фликкер-спектром и их гармоники.

Это невозможно получить при помощи усреднения. Следовательно, методы усреднения применимы только в том случае, если есть уверенность, что используемый прибор обладает белым шумом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Burgess R. E. Ed., Fluctuation Phenomena in Solids. Academic Press, Inc., N. Y., 1965.
2. Чандрасекар С. Стохастические проблемы в физике и астрономии. Изд-во иностранной литературы, 1947.
3. Крамер Г. Математические методы статистики. Изд-во иностранной литературы, 1948.
4. Давенпорт В. Б., Рут В. Л. Введение в теорию случайных сигналов и шумов. Изд-во иностранной литературы, 1960.
5. Дуб Дж. Л. Вероятностные процессы. Изд-во иностранной литературы, 1956.
6. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Изд-во «Мир», 1964.
7. Jeffreys H. Theory of Probability, 2d ed. Oxford University Press, N. Y., 1948.
8. «Пороговые сигналы». Изд-во «Советское радио», 1952.
9. Миддлтон Д. Введение в статистическую теорию связи. Изд-во «Советское радио», т. I, 1961, т. II, 1962.
10. Ван дер Зил А. Флуктуации в радиотехнике и физике. Госэнергоиздат, 1958.
11. Wax N. Selected Papers on Noise and Stochastic Processes. Dover Publications, Inc., N. Y., 1954.
12. Wiener N., Extrapolation and Smoothing of Stationary Time Series. John Wiley & Sons, Inc., N. Y., 1949.
13. Zernike F. Wahrscheinlichkeitsrechnung und Mathematische Statistik. Handbuch der Physik, 1928, v. 3, p. 419—492, Berlin.
14. Wiener N. Acta. Math. 1930, v. 55, p. 117.
15. Хинчин А. Я. Теория корреляции стандартных случайных функций. «Успехи математических наук», вып. 5, 1938.
16. Райс С. О. Теория флуктуационных шумов. В сб. «Теория передачи электрических сигналов при наличии помех». Изд-во иностранной литературы, 1953.
17. Schottky W. Ann. Physik, 1918, v. 57, p. 541.
18. Burgess R. E. Faraday Soc. Discussions, 1959, v. 28, p. 151.
19. Langevin P. Compt. Rend., 1908, v. 146, p. 530.
20. Nyquist H. Phys. Rev. 1928, v. 32, p. 110.
21. Burgess R. E. Proc. Phys. Soc. London, 1956, v. 69, p. 1020.
22. Bennett W. R. Electrical Noise. McGraw-Hill Book Company, N. Y., 1960.
23. Хаус Г., Адлер Р. Теория линейных шумящих цепей. Изд-во иностранной литературы, 1963.
24. Ван дер Зил А. Флуктуационные явления в полупроводниках. Изд-во иностранной литературы, 1961.
25. I. R. E. Standards, «Standards on Electron Devices, Methods for Measuring Noise». Proc. IRE, 1953, v. 41, p. 890; «Representations of Noise in Linear Twoports». IRE Subcommittee 7.9 on Noise, Proc. IRE, 1960, v. 48, p. 69.
26. Friiss H. T. Proc. IRE, 1944, v. 32, p. 419.
27. Spence E. Wiss. Veroeffentl. Siemens-Werken, 1937, v. 16, p. 127.

28. Чен Т. М., Ван дер Зил. Схема типа Браунса — Твисса для измерения слабых шумовых сигналов. ТИИЭР, 1965, т. 53, стр. 454.
29. Malaviya S. D. Study of Noise in Transistors at Microwave Frequencies up to 4 GHz. Ph. D. Thesis, University of Minnesota, 1969.
30. Burgess R. E. Phil. Mag. 1951, v. 42, p. 475.
31. IEEE Trans., 1968, v. MTT-16, Sept. 9.
32. Wittke J. P. Proc. IRE. 1957, v. 45, p. 291.
33. Shockley W. Proc. IRE, 1952, v. 40, p. 1365.
34. Хофштейн, Хейман. Кремниевый полевой транзистор с изолированным затвором. ТИИЭР, 1963, т. 51, стр. 1182.
35. Van Nielsen J. A., Memelink O. W. Philips Res. Repts. 1967, v. 22, p. 55.
36. Ван дер Зил А. Тепловые шумы в полевых транзисторах. ТИИЭР, 1962, т. 50, № 8, стр. 1848.
37. Jordan A. G., Jordan N. A. IEEE Trans., 1965, ED-12, p. 148.
38. Klaassen F. M., Prins J. Philips Res. Repts, 1967, v. 22, p. 505.
39. Yay L. D., Sah C. T. Solid-State Electron, 1969, v. 12, p. 927.
40. Halladay H. E., van der Ziel A., Electronics Letters, 1968, v. 4, Aug., p. 336.
41. Бранке. Измерения шумов в полевых транзисторах. ТИИЭР, 1963, т. 51, № 2, стр. 412.
42. Geurst J. A. Solid-State Electron, 1965, v. 8, p. 88, 1965, v. 8, p. 563.
43. Van der Ziel A., Ero J. W. IEEE Trans., 1964, ED-11, p. 128.
44. Van der Ziel A. Proc. IEEE. 1963, v. 51, p. 461.
45. Rao P. S. Solid State Electronics, 1969, v. 12, p. 549.
46. Ван дер Зил А. Шумы полевых транзисторов при относительно высоких частотах. ТИИЭР, 1963, т. 51, № 11, стр. 1648.
47. Сах. Теория генерации НЧ шумов в полевых транзисторах с плоскостным затвором. ТИИЭР 1964, т. 52, № 7, стр. 849.
48. Yau L. D., Sah C. T. IEEE. Trans., 1969, ED-16, p. 170.
49. Bloembergen N. «Solid State Masers», in Progress in Low Temperature Physics, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1961, v. 3; p. 396—429.
50. Shoji M. Ph. D. Thesis. University of Minnesota, 1965.
51. Холлэди, Бранке. Избыточные шумы в полевых транзисторах. ТИИЭР, 1963, т. 51, № 11, стр. 1649.
52. Halladay H. E., van der Ziel A. IEEE Trans., 1967, ED-14, p. 110.
53. «Полевые транзисторы». Сб. статей под ред. Уоллмарка и Джонсона. Изд-во «Советское радио», 1971.
54. Sah C. T., Rao H. C. IEEE Trans., 1966, ED-13, p. 393.
55. Sah C. T. Wu S. Y., Hielscher W. IEEE Trans., 1966, ED-13, p. 410.
56. Hauser J. R. IEEE Trans., 1965, ED-12, p. 605.
57. Shoji M. IEEE Trans., 1966, ED-13, p. 520.
58. Halladay H. E., van der Ziel A. Solid-State Electron, 1969, v. 12, p. 161.

59. Mortenson R. L., Ph. D. Thesis, University of Minnesota, 1969.
60. Petritz R. L. Proc. IRE, 1952, v. 40, p. 1440.
61. Petritz R. L. Phys. Rev., 1953, v. 91, p. 231.
62. Van der Ziel A. Proc. IRE, 1955, v. 43, p. 1639, 1957, v. 45, p. 1011.
63. Solow M. Ph. D. Thesis. Catholic University of America, 1957; U. S. Naval Ordnance Laboratory Report, Navord 5762.
64. Van der Ziel A. I.E.E.E. Trans., 1961, ED-8, p. 525.
65. Baelde A. «Theory and Experiments on the Noise of Transistors», Ph. D. Thesis, Technical University of Delft, 1963; D. Polder and A. Baelde, Solid-State Electron, 1963; v. 6, p. 103.
66. Sah C. T., Hielscher F. H. Phys. Rev. Letters, 1966, № 17, p. 956.
67. Abowitz G., Arnols E., Leventhal E. A. IEEE, Trans. 1967, ED-14, p. 775.
68. Christensson S., Lundström I., Svensson C. Solid-State Electron, 1968, v. 11, p. 797.
69. Christensson S., Lundström I. Solid-State Electron, 1968, v. 11, p. 813.
70. Гудков М. Д. Исследование низкочастотных шумов типа $1/f$ обратносмещенных германиевых $p-n$ переходов. «Радиотехника и электроника», 1967, т. XII, вып. 5, стр. 946.
71. Weisskopf Y. F. NRDC Rept. № 14—133 (May 1943).
72. Van der Ziel A., Becking A. G. Th. Proc. IRE, 1958, v. 46, p. 589.
73. Lauritzen P. O. IEEE. Trans. 1968, ED-15, p. 770.
74. Montgomery H. C., Clark M. A. J. Appl. Phys., 1953, v. 24, p. 1337.
75. Van der Ziel A. J. Appl. Phys., 1954, v. 25, p. 815.
76. Giacoletto L. J. in Transistors I. RCA Laboratories, Princeton, N. J. 1956.
77. North D. O. RCA Rev., 1940, v. 4, p. 441; 1941, v. 5, p. 106.
78. Schottky W. Wiss. Veroeffentl. Siemens—Werken, 1937, v. 16, p. 1.
79. Spenke E. Wiss. Veroeffentl. Siemens—Werken, 1937, v. 16, p. 19.
80. Rack A. J. Bell Syst. Tech. J., 1938, v. 17, p. 592.
81. Bakker C. J. Physica, 1938, v. 5, p. 581.
82. Schottky W. Ann. Physik, 1938, v. 32, p. 195.
83. North D. O. RCA Rev. 1941, v. 5, p. 244.
84. Tong H. A., van der Ziel A. IEEE Trans. 1968, ED-15, p. 307.
85. Ван дер Зил А. Низкочастотный шум в вакуумных лампах (Фликкер — эффект). В сб. «Шумы в электронных приборах», под ред. Смуплина Л. Д. и Хауса Г. Изд-во «Энергия» 1964.
86. Van Vliet K. M., Johnson R. R. J. Appl. Phys., 1964, v. 35, p. 2039.
87. Mc Whorter A. L. « $1/f$ Noise and Related Surface Effects in Germanium», MIT., Lincoln Lab., Rept. May 1955, № 80.
88. Fonger W. H. in Transistors I, RCA Laboratories, Princeton, N. J., 1956.
89. Van der Ziel A. Physica, 1970, v. 49, p. 613.
90. Plumb J. L., Chenette E. R. IEEE, Trans., 1964, ED-10, p. 304—308.

91. Giralt G., Martin J. C., Mateu-Perez F. X. *Compt. Rend. Acad. Sci., Paris*, 1965, v. 261, p. 5350.
92. Machlup S. J. *Appl. Phys.*, 1954, v. 25, p. 341.
93. Ван дер Зил А. Шумовая температура системы квантовых усилителей. ТИРИ, 1963, т. 51, № 6, стр. 963.
94. Rothe H., Dahlke W. *Proc. IRE*, 1956, v. 44, p. 811.
95. Klaassen F. M. Conference Report of Physical Aspects of Noise in Electronic Devices, September 11—13, 1968, University of Nottingham, England.
96. Agouridis D. C., van der Ziel A. *IEEE Transactions*, 1967, ED-14, p. 808.
97. Tong H. A., van der Ziel A. *IEEE Transactions*, 1968, ED-15, p. 307.
98. Van der Ziel A., Takagi K. *IEEE Journal Solid State Circuits*, 1969, SC-4, p. 170.
99. Van der Ziel A., *Can. J. Technology*, 1951, v. 29, p. 540.
100. Becking A. G. Th., Groendijk H., Knol K. S. *Philips Res. Repts.*, 1955, v. 10, p. 349; *Nachr. Techn. Fachber.*, 1955, v. 2, p. 37.
101. Klaassen F. M., Prins J. *Philips Res. Repts.*, 1968, v. 23, p. 478.
102. Vlaardingerbroek M. T. *Philips Res. Repts.* 1959, v. 14, p. 327.
103. Baechtold W., Strutt M. J. O. *Electron. Letters*, 1967, v. 3, p. 323, *IEEE, Trans.*, 1968, MTT-16, p. 578.
104. Cooke H. F., Policky G. J. *IEEE Northeast Electronics Research and Engineering Meeting*, Boston, 1965, v. 17, p. 254.
105. Fukui H. *IEEE Trans.*, 1966, ED-13, p. 329; *IEEE Trans.*, 1966, CT-13, p. 137.
106. Lange J. *IEEE J. Solid-State Circuits*, 1967, SC-2, p. 37.
107. Thommen W., Strutt M. J. O. *IEEE Trans.*, 1965, ED-12, p. 499.
108. Strutt M. J. O. *Proc. IRE*, 1946, v. 34, p. 942.
109. Van Weel A. Ph. D. Thesis, Technical University of Delft, 1943.
110. Van der Ziel A. *Electronics*, Allyn & Bacon, Inc., Boston, 1966.
111. Van der Ziel A. *Solid State Physical Electronics*, 2nd, ed., Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs., N. Y., 1968.
112. Okamoto M., van der Ziel A. *IEEE J. Solid State Circuits* 1968, SC-3, p. 300.
113. Van der Ziel A., Okamoto M. *IEEE J. Solid State Circuits*, 1968, SC-3, p. 303.
114. Lee S. J., van der Ziel A. *Physica*, 1969, v. 45, p. 379.
115. Baelde A. *Philips Res. Repts.*, 1961, v. 16, p. 225.
116. Van Vliet K. M. *Solid State Electronics*, 1970, v. 13.
117. Van der Ziel A., Watters R. L. *Proc. IRE*, 1958, v. 46, p. 1426.
118. Jaeger R. C., Brodersen A. J., Chenette E. R. Record of the 1968. Region III IEEE Convention, 1968, p. 58.
119. Abowitz G., Arnold E., Leventhal E. A. *IEEE. Transaction*, 1967, ED-14, p. 775.
120. Hsu S. T., Fitzgerald D. J., Grove A. S. *Applied Physics Letters*, 1968, v. 12, p. 287.
121. Viner J., M. Sc. Thesis, Univ. of Minnesota, 1969.

- 122*. Линдхольм, Айерс. Обобщенное уравнение Эйнштейна для вырожденных полупроводников. ТИИЭР, 1968, т. 56, № 3.
123. Klaassen F M., Robinson J. R. Anomalous noise behavior of the junction — gate field — effect transistor at low temperatures. IEEE Trans. Electron. Dev., 1970, v. ED-17, № 10, p. 852—857.
124. Еремин С. А., Мокеев О. К., Носов Ю. Р. Полупроводниковые диоды с накоплением заряда и их применение. Изд-во «Советское радио», 1966.
125. Schneider B., Strutt M. Theory and experiments on shot noise in silicon p—n junction diodes and transistors. Proc. IRE, 1959, № 4.
126. Brophy J. J., Statistics of $1/f$ noise. Phys. Rev., 1968, v. 166, № 3, p. 827—831.
127. Brophy J. J. Zero — crossing statistics of $1/f$ noise. J. Appl. Phys., 1969, v. 40, № 2, p. 567—569.
128. Greenstein L. J., Brophy J. J. Influence of lower cutoff frequency on the measured variance of $1/f$ noise. J. Appl. Phys., 1969, v. 40, № 2, p. 682—685.
129. Brophy J. J. variance fluctuations in flicker noise and current noise. J. Appl. Phys., 1969, v. 40, № 9, p. 3551—3553.
130. Brophy J. J. Low-frequency variance noise J. Appl. Phys., 1970, v. 41, № 7, p. 2913—2916.
131. Нарышкин А. К., Врачев А. С. Теория низкочастотных шумов. Изд-во «Энергия», 1972.
132. Воюцкий В. С. Корреляционный метод обнаружения и измерения слабых сигналов. Изд-во «Недра», 1965.
133. Нарышкин А. К. Противозумовые коррекции в широкополосных усилителях на транзисторах. Изд-во «Связь», 1969.

* Литература [122—133] добавлена редактором перевода.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Адмиттанс корреляционный
(полная проводимость) 151
Ансамбль 11

Величина случайная стацио-
нарная 11
Включение каскадное 47

Генератор параметрический
199

Детекторы 69
— квадратичные 69
— линейные 70
Диод с переходом типа ме-
талл — полупроводник (диод
Шоттки) 112, 180
— плоскостной с *p-n* пере-
ходом 114
— твердотельный с ограниче-
нием тока пространствен-
ным зарядом 85
— туннельный 53, 116
Дисперсия 9

Закон распределения 13
— — биномиальный 13
— — гауссовский 13
— — нормальный 13
— — Пуассона 13

Измерение шума 72, 77
— — в импульсном режиме 79
Импеданс (полное сопротивле-
ние) корреляционный 168,
172

Источники шума 58
— — газоразрядные 63
— — диодные 60
— — тепловые 59

Каскады (в усилителях) 47
— на биполярных транзисто-
рах 167
— — — без нейтрализации 176
— — — с общей базой 167
— — с общим эмиттером
175

— на вакуумных триодах 165
— на полевых транзисторах
150

— — — с общим затвором 156
— — — с общим истоком 151
— — — с общим стоком 157

Корреляция 15

— авто 16

— взаимная 16

Коэффициент корреляции 16

— подавления шума простран-
ственным зарядом 26, 127

— усиления номинальный 47

— — обобщенный 52
— — по току 117, 120

— шума 41

— биполярного транзистора
167

— — вакуумного триода 165

— — мазера 145

— — на определенной частоте
42

— — обобщенный 53

— — полевого тетрода 160

— — — транзистора 150

— — смесителя 180

— — усредненный 43

Мазер 87, 88, 145

— бегущей волны 149

— резонаторный 145

Метод Ланжевена 27

— коллективный 112, 216

— корпускулярный 112, 216

— корреляционный 71

— усреднения (в смесителях)
218

Мощность обменная 52

— располагаемая 46

Нормирование 12, 15, 16

Плотность вероятности 11

— — спектральная 18

— — взаимная 20

Постоянная диффузии 84

— — амбиполярной 216

Преобразователь с повыше-
нием частоты 197

Проводимость шумовая эквивалентная 34, 151
— — холостого хода 33

Смесители 178

— диодные 180

— емкостные 196

— на транзисторах биполярных 192

— — полевых 190

Соотношение Эйнштейна 85

Сопротивление шумовое эквивалентное 35, 40

Спектр пространственный взаимный 93

Схема каскодная 65

Температура шумовая эквивалентная 35, 44

— — системы 148, 150

Теорема Винера — Хинчина 18, 206

— Карсона 23, 210

— Кемпбелла 208

— Найквиста 28, 81

— об эквивалентности 216

— о дисперсии 25, 211

— Парсеваля 210

— центральная предельная 14

— Шоттки 24

Тетроды полевые 65, 160

Ток насыщения коллекторный 116

— эквивалентный насыщенного диода 33

Точность (единичного шумового отсчета) 70, 212

— относительная измерения шума 71, 72

Транзистор биполярный 116

— полевой (ПТ) 89

— МОП (металл-окисел-полупроводник) 89

— с p - n переходом 89

Триод вакуумный 128

Уравнение основное 29

Усилитель квантовый идеальный 148

— лазерный 150

— на приборах с отрицательной проводимостью 51
— на туннельном диоде 53
— основной (главный) 68
— параметрический 199, 201
— предварительный 65

Фильтры 70

Фликкер-шум 61, 67, 132

— в биполярных транзисторах 139

— в МОП ПТ 136

— в p - n диодах 139

— полупроводниковых нитях 133

Формула Фрииса 47, 49

Фотопреобразование 203

Функция автокорреляции 16

Циркулятор 55, 67, 146

Частота граничная по альфа 120

Число шумовое 48

Шум взрывной 142

— генерации-рекомбинации 28, 103, 216

— — в биполярных транзисторах 216

— — в полевых транзисторах 103

— диффузионный 83, 215

— дробовой 24, 112

— — в биполярных транзисторах 117

— — в вакуумных диодах 126

— — — триодах 128

— — в диодах Шоттки 112

— — в плоскостных диодах 114

— — в туннельных диодах 116

— затвора наведенный (индуцированный) 97

— спонтанной эмиссии 88

— тепловой 81

— токораспределения 28, 123, 131

— усилителя 65

Эргодический 14

Эффект Миллера 67

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие редактора перевода	6
Предисловие автора к русскому переводу	6
Предисловие автора	5

Глава 1

ВВЕДЕНИЕ

Глава 2

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

2.1. Плотности вероятности, средние и корреляция	11
2.2. Спектральный анализ случайных функций и связанные с ним теоремы	18
2.3. Метод Ланжевена	27
2.4. Основное уравнение	29

Глава 3

ОПИСАНИЕ ШУМОВ

3.1. Эквивалентный ток насыщенного диода, эквивалентные шумовые сопротивление, проводимость и температура	32
3.2. Коэффициент шума	41
3.3. Формула Фрииса. Шумовое число	46
3.4. Коэффициент шума усилителей на приборах с отрицательной проводимостью	51

Глава 4

ИЗМЕРЕНИЯ ШУМА

4.1. Источники шума	58
4.2. Усилители и детекторы	65
4.3. Шумовые измерения	72

Глава 5

ТЕПЛОВОЙ ШУМ И ШУМ ГЕНЕРАЦИИ — РЕКОМБИНАЦИИ

5.1. Тепловой шум	81
5.2. Тепловой шум в полевых транзисторах	89
5.3. Шум генерации — рекомбинации в полевых транзисторах	103

Глава 6

ДРОБОВОЙ ШУМ, ШУМ ТОКОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ И ФЛИККЕР-ШУМ

6.1. Дробовой шум в твердотельных приборах	112
6.2. Дробовой шум в вакуумных лампах	126
6.3. Шум токораспределения	131
6.4. Фликкер-шум	132
6.5. Взрывной шум	142

Глава 7

ШУМ В КОНКРЕТНЫХ УСТРОЙСТВАХ

7.1. Шум в мазерах и лазерах	145
7.2. Коэффициент шума усилителей на вакуумных триодах и полевых транзисторах	150
7.3. Коэффициент шума каскадов на биполярных транзисторах	167
7.4. Влияние выводов	178

Глава 8

СМЕСИТЕЛИ

8.1. Шум в смесителях с нелинейной проводимостью или крутизной	180
8.2. Преобразование на нелинейной емкости	196
8.3. Фотопреобразование	203

ПРИЛОЖЕНИЯ

П.1. Флуктуационные теоремы	206
П.2. Эквивалентность коллективного и корпускулярного методов исследования шума в диодах и транзисторах	214
П.3. Методы усреднения в теории смесителей для случая белого шума	218
Список литературы	221
Предметный указатель	226

